

Ա. Մ. Նիկոլյսկի, Մ. Կ. Պոտապով,
Ն. Ն. Ռեշետնիկով, Ա. Վ. Շևկին

Մաթեմատիկա

6

ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԳՊՐՈՑԻ
ԴԱՍԱԳԻՐՔ

Մաս 1

Վերահրատարակություն

Թարգմանված հրատարակությունը լույս է
տեսել «Պրոսվեշչենիե» հրատարակչության
լիցենզիայի համաձայն



Անտարես

Երևան

2020

ՀՏԴ 373.167.1:511.1 (075)
ԳՄԴ 22.130գ72

Դասագիրքը հաստատված է ՀՀ կրթության և գիտության նախարարության կողմից

Սույն դասագիրքը նախատեսված է տարածել Հայաստանի Հանրապետությունում
և Սփյուռքում:

Սույն հրատարակությունը համապատասխանում է ՀՀ ԿԳՆ առարկայական
չափորոշչին և ամբողջովին մշակվել, խմբագրվել ու կատարելագործվել է:

Վերամշակող խմբագիր՝ *Գագիկ Աղեկյան*

Նիկոլսկի Ա. Մ. և ուրիշ.

Մաթեմատիկա.– Հանրակրթական դպրոցի 6-րդ դասարանի
դասագիրք. մաս 1 (վերահրատարակություն) / Ա. Մ. Նիկոլսկի, Մ. Կ.
Պոտապով, Ն. Ն. Ռեշետնիկով, Ա. Վ. Շևկին.–Եր.: Անտարես, 2020 –
120 էջ:

Պայմանական նշաններ՝

- 14.** – բանավոր պատասխանով առաջադրանքներ
- 23.** – առավել դժվար առաջադրանքներ
- * – ոչ պարտադիր նյութ:

ISBN 978-9939-76-519-8

© Նիկոլսկի Ա. Մ. և ուրիշ., 2020

© «Պրոսվեչենիե», 2005, 2020

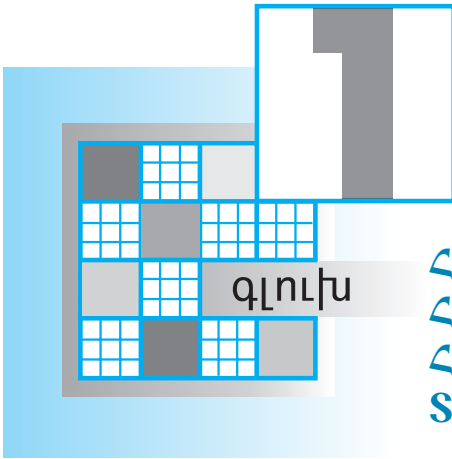
© «Անտարես», 2020

© Դասագրքերի և տեղեկատվական հաղորդակցման
տեխնոլոգիաների շրջանառու հիմնադրամ
(տպաքանակի սեփականության իրավունքով), 2020

Բոլոր իրավունքները պաշտպանված են



Անտարես



ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ, ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ, ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ, ՏՈԿՈՍՆԵՐ

1.1. ԹՎԵՐԻ ԵՎ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ

ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

0-ից տարբեր a և b թվերի քանորդն անվանում են նաև **a և b թվերի հարաբերություն**: a և b թվերն անվանում են **հարաբերության անդամներ**:

Օրինակ՝

$8:2$ -ը կամ $\frac{8}{2}$ -ը 8 թվի հարաբերությունն է 2 թվին,

$\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$ -ը $\frac{1}{3}$ -ի հարաբերությունն է $\frac{1}{5}$ -ին:

Քանորդի հիմնական հատկությունից հետևում է հարաբերության հետևյալ հատկությունը.

Հարաբերությունը չի փոխվում, եթե նրա անդամները բազմապատկենք կամ բաժանենք զրոյից տարբեր միևնույն թվին:

$$a:b=(a \cdot c):(b \cdot c) \text{ կամ } \frac{a}{b}=\frac{a \cdot c}{b \cdot c} (c \neq 0):$$

Երկու մեծությունների քանորդն անվանում են նաև այդ մեծությունների **հարաբերություն**: Իրենք՝ մեծությունները, կոչվում են **հարաբերության անդամներ**:

Նույն անվանումն ունեցող մեծությունների (օրինակ՝ չափման նույն միավորներով արտահայտված երկարությունների, արագությունների, գների և այլն) հարաբերությունը **թիվ է**: Օրինակ՝

ա) $\frac{5 \text{ կմ}}{3 \text{ կմ}}=\frac{5 \cdot 1 \text{ կմ}}{3 \cdot 1 \text{ կմ}}=\frac{5}{3}$, կարճ՝ $\frac{5 \text{ կմ}}{3 \text{ կմ}}=\frac{5}{3}$,

բ) $\frac{2 \text{ դմ}}{1 \text{ սմ}}=\frac{2 \cdot 10 \text{ սմ}}{1 \text{ կմ}}=20$:

Այդպիսի մեծություններն անվանում են **համասեռ մեծություններ**:

Տարբեր անվանում ունեցող մեծությունների (երկարության և ժամանակի, ապրանքի արժեքի և նրա քանակության, մարմնի զանգվածի և նրա ծավալի և այլն) հարաբերությունը **նոր մեծություն է**:

Օրինակներ.

1) (5 կմ) ճանապարհի հարաբերությունը (3 ժ) ժամանակին նոր մեծություն է՝ արագություն, որն արտահայտված է արագության $\left(\frac{\text{կմ}}{\text{ժ}}\right)$ միավորով՝

$$\frac{5 \text{ կմ}}{3 \text{ ժ}} = \frac{5}{3} \cdot 1 \frac{\text{կմ}}{\text{ժ}} = \frac{5 \text{ կմ}}{3 \text{ ժ}},$$

2) մարմնի (520 կգ) զանգվածի հարաբերությունը նրա (2 մ³) ծավալին նոր մեծություն է՝ նյութի խտություն, որն արտահայտված է խտության $\left(\frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3}\right)$ միավորով՝

$$\frac{520 \text{ կգ}}{2 \text{ մ}^3} = 260 \cdot 1 \frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3} = 260 \frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3},$$

3) համանման ձևով՝ տրված նյութի զանգվածի (օրինակ՝ 12 կգ) աղի հարաբերությունը այդ նյութը պարունակող լուծույթի (3 մ³) ծավալին նոր մեծություն է՝ **լուծույթի թանձրություն (կոնցենտրացիա)**, որը չափվում է թանձրության $\left(\frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3}\right)$ միավորով՝

$$\frac{12 \text{ կգ}}{3 \text{ մ}^3} = 4 \cdot 1 \frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3} = 4 \frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3}.$$

Անգամ մեզ լավ ծանոթ մի մեծություն՝ **գինը**, տրված ապրանքի արժեքի հարաբերությունն է նրա զանգվածին կամ թվաքանակին և ուրեմն նոր մեծություն է: Այսպես, եթե 2 կգ ապրանքի դիմաց վճարել են 3000 դրամ, ապա ապրանքի գինը կլինի

$$\frac{3000 \text{ դ}}{2 \text{ կգ}} = 1500 \frac{\text{դ}}{\text{կգ}},$$

իսկ եթե նույն գրքի 30 օրինակի համար վճարել են 24000 դրամ, ապա մեկ գրքի գինը կլինի

$$\frac{24000 \text{ դ}}{30 \text{ հատ}} = 800 \frac{\text{դ}}{\text{հատ}}:$$

Սովորաբար գնի միավորի հայտարարը չեն գրում, այլ գրում և կարդում են՝ «1 կգ ապրանքի գինը 1500 դրամ է», «գրքի մեկ օրինակի գինը 800 դրամ է»:

Արագության $\frac{\text{կմ}}{\text{ժ}}$, $\frac{\text{մ}}{\text{ր}}$, $\frac{\text{մ}}{\text{վ}}$ միավորները և այլ մեծությունների միավորները հաճախ գրում են թեք գծիկով՝ կմ/ժ, մ/ր, մ/վ, ... :

1. Ի՞նչն են անվանում.
ա) a թվի հարաբերություն b-ին, բ) հարաբերության անդամներ:
Բերե՛ք օրինակներ:
2. Ի՞նչ է ա) նույն անվանումն ունեցող, բ) տարբեր անվանումներ ունեցող մեծությունների հարաբերությունը: Բերե՛ք օրինակներ:
3. Օգտագործելով «հարաբերություն» բառը՝ կարդացե՛ք գրառումը.
ա) 7:2, բ) $\frac{3}{5}$, գ) 1:5, դ) $\frac{1}{6}$:
4. Գրե՛ք հարաբերությունը, նշե՛ք նրա անդամները.
ա) 7-ը 3-ին, բ) 5-ը 9-ին, գ) 12-ը 4-ին, դ) 10-ը 1000-ին:
5. Գտե՛ք հարաբերությունը.
ա) 3-ը $\frac{1}{2}$ -ին, բ) 5-ը $\frac{10}{13}$ -ին, գ) $\frac{7}{8}$ -ը $\frac{21}{32}$ -ին, դ) $\frac{12}{17}$ -ը $\frac{48}{51}$ -ին:
6. Կարդացե՛ք հարաբերությունը, նշե՛ք նրա անդամները, հարաբերության հատկության օգնությամբ պարզեցրե՛ք այն.

ա) $40:50=4:5$:

բ) 99:18, գ) 450:250, դ) 720:81:
7. Հարաբերությունը գրե՛ք կոտորակի տեսքով (որտեղ հնարավոր է, պարզեցրե՛ք այն).
ա) 3:5, բ) 49:28, գ) 35:700,
դ) 5:7, ե) 520:460, զ) 27:81:
8. Կարելի՞ է արդյոք տրված հարաբերությունն արտահայտել բնական թվով.
ա) 40:20, բ) 30:60, գ) 1000:100,
դ) 600:30, ե) 20:40, զ) 100:1000:
9. Կոտորակային թվերի հարաբերությունը փոխարինե՛ք բնական թվերի հարաբերությունով՝ ելնելով բերված *անուշային օրինակից*.

$\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$: I եղանակ $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 1}=\frac{3}{2}$:

II եղանակ հարաբերության անդամներից յուրաքանչյուրը բազմապատկենք 6-ով

$$\frac{1}{2}:\frac{1}{3}=\frac{6}{2}:\frac{6}{3}=3:2:$$

- ա) $\frac{1}{4}:\frac{1}{5}$, բ) $\frac{3}{7}:\frac{4}{5}$, գ) $\frac{2}{5}:\frac{3}{7}$,

$$\eta) \frac{12}{17} : 1\frac{1}{2}, \quad \text{ե) } 1\frac{1}{2} : \frac{3}{8}, \quad \text{զ) } 2\frac{1}{2} : 1\frac{2}{3}:$$

Պարզեցրե՛ք մեծությունների հարաբերությունը **(10, 11)**.

10. ա) $\frac{35 \text{ մ}}{28 \text{ ս}},$ բ) $\frac{45 \text{ կգ}}{36 \text{ կգ}},$ գ) $\frac{420 \text{ կմ}}{720 \text{ կմ}},$

դ) $\frac{450 \text{ տ}}{540 \text{ տ}},$ ե) $\frac{320 \text{ ժ}}{48 \text{ ժ}},$ զ) $\frac{480 \text{ ր}}{840 \text{ ր}}:$

11. ա) $\frac{12 \text{ ս}}{15 \text{ դս}},$ բ) $\frac{18 \text{ կգ}}{540 \text{ գ}},$ գ) $\frac{490 \text{ սմ}}{35 \text{ դս}},$

դ) $\frac{450 \text{ կգ}}{2 \text{ տ}},$ ե) $\frac{3500 \text{ սմ}^3}{21 \text{ դս}^3},$ զ) $\frac{9900 \text{ դս}^3}{18 \text{ ս}^3}:$

12. Օգտվելով *անուշային օրինակից՝* պարզեցրե՛ք հարաբերությունը.

$$\text{ա) } \frac{350 \text{ կմ}}{5 \text{ ժ}} = \frac{350}{5} \cdot \frac{\text{կմ}}{\text{ժ}} = 70 \text{ կմ/ժ}:$$

բ) $\frac{720 \text{ կմ}}{8 \text{ ժ}},$ գ) $\frac{360 \text{ ս}}{3 \text{ ր}},$ դ) $\frac{420 \text{ կգ}}{4 \text{ ս}^3},$

ե) $\frac{2250 \text{ կգ}}{3 \text{ ս}^3},$ զ) $\frac{720 \text{ մ}}{20 \text{ վ}},$ է) $\frac{450 \text{ գ}}{5 \text{ սս}^3}:$

13. Գտե՛ք անցած S ճանապարհը, եթե հայտնի են հավասարաչափ շարժման v արագությունը և t ժամանակը.

ա) $v = 2 \text{ մ/վ}, \quad t = 3 \text{ վ},$ բ) $v = 2 \text{ մ/վ}, \quad t = \frac{1}{20} \text{ ր}:$

14. Գտե՛ք հավասարաչափ շարժման v արագությունը, եթե հայտնի են անցած S ճանապարհը և շարժման t ժամանակը.

ա) $S = 6 \text{ մ}, \quad t = 3 \text{ վ},$ բ) $S = 6 \text{ մ}, \quad t = \frac{1}{20} \text{ ժ}:$

15. Հետիոտնի արագությունը $5\frac{1}{5}$ կմ/ժ է: Գտե՛ք նրա անցած ճանապարհը

ա) 2 ժամում, բ) $1\frac{1}{2}$ ժամում, գ) 45 րոպեում, դ) 125 րոպեում:

16. $1\frac{1}{2}$ կմ հեռավորությունը հետիոտնն անցավ 20 րոպեում: Գտե՛ք նրա արագությունը: Պատասխանը գրե՛ք հետևյալ միավորներով.

ա) կմ/ժ, բ) կմ/ր, գ) մ/ժ, դ) մ/ր, է) մ/վ:

17. Մարդատար մեքենայի արագությունը 72 կմ/ժ է: Ի՞նչ ճանապարհ այն կանցնի.

ա) $\frac{2}{3}$ ժամում, բ) 45 րոպեում, գ) 50 րոպեում, դ) 165 րոպեում:

18. Մարդատար մեքենայի արագությունը 1200 մ/ր է: Քանի՞ ժամում մեքենան կանցնի.

ա) 144 կմ, բ) 36 կմ, գ) 8 կմ, դ) 54 կմ:

19. Գտե՛ք մեքենայի արագությունը, եթե 80 կմ ճանապարհն այն անցնում է.

- ա) 1 ժ-ում, բ) $\frac{4}{5}$ ժ-ում, գ) $\frac{4}{3}$ ժ-ում, դ) $\frac{8}{7}$ ժ-ում:
 ե) 150ր-ում, զ) 65 ր-ում, է) 90 ր-ում, ը) 54 կմ:

20. Երկու չմշկորդ միաժամանակ մեկնարկեցին 400 մ շրջագիծ ունեցող շրջանաձև սահքուղու նույն կետից՝ 20 կմ/ժ և 21 կմ/ժ արագություններով: Երկրորդ չմշկորդը, անցնելով 10000 մ, առաջինից մեկ պտույտից ավելի արած կլինի՞: Իսկ երկու պտույտից ավելի:

1.2. ՄԱՍՇՏԱՔ

Թղթի վրա տարբեր առարկաներ նկարելիս հաճախ նկարի չափերը չեն համընկնում այդ առարկաների իրական չափերին: Հարմար է լինում մեծ առարկաները պատկերել փոքրացրած տեսքով, իսկ փոքրերը՝ մեծացրած:

Բայց նկարը, գծագիրը կամ հատակագիծը պետք է պատկերացում տա առարկայի իրական չափերի մասին: Այդ նպատակով գծագրերի և հատակագծերի վրա հատուկ գրառում են անում՝ նշելով գծագրի մի որևէ հատվածի երկարության հարաբերությունը նրա իրական երկարությանը:

Օրինակ, եթե տան հատակագծի վրա 1 սմ երկարությամբ հատվածն իրականում ունի 2 մ երկարություն, ապա գրում են.

1 սմ-ում 2 մ, կամ 1 սմ : 200 սմ, կամ 1 : 200:

Հատակագծի որևէ գծի երկարության հարաբերությունը համապատասխան իրական գծի երկարությունը կոչվում է մասշտաբ:

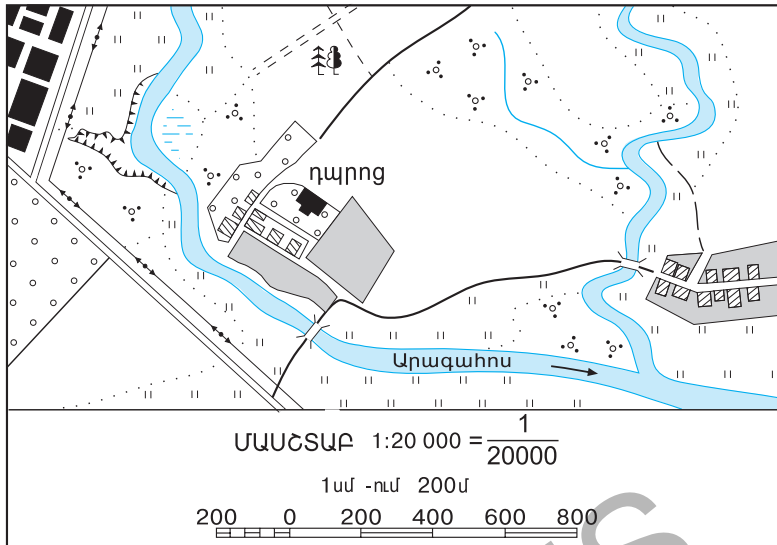
Եթե առարկայի և հատակագծում նրա պատկերի չափերն արտահայտված են չափման նույն միավորներով, ապա մասշտաբն արտահայտվում է թվերի հարաբերությամբ:

Վերը բերված օրինակում մասշտաբը 1 : 200 է:

Թվերի հարաբերությամբ արտահայտված մասշտաբն անվանում են **թվային մասշտաբ**:

Աշխարհագրական քարտեզներում թվային մասշտաբն արտահայտում են կոտորակով (նկար 1): Այդ կոտորակի համարիչը 1 է, իսկ հայտարարը՝ այն թիվը, որ ցույց է տալիս, թե քարտեզում վերցրած ցանկացած հեռավորություն քանի անգամ է փոքր տեղանքի համապատասխան հեռավորությունից:

Օրինակ՝ $\frac{1}{20000}$ կամ 1:20000 գրառումը նշանակում է, որ քարտեզում վերցրած 1 սմ-ը համապատասխանում է տեղանքի 20000 սմ-ին:

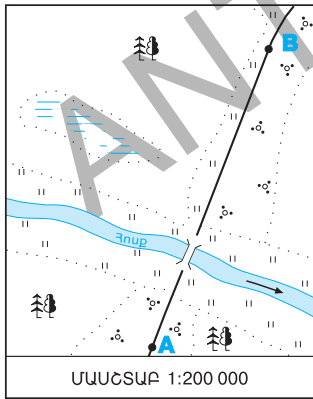


Նկար 1

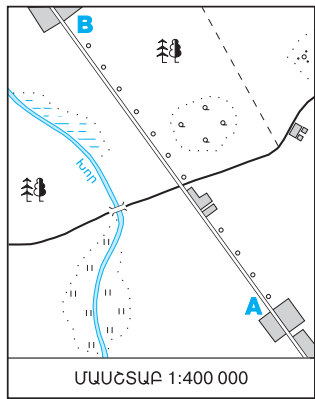
Տեղանքում սովորաբար չափումները կատարվում են մետրերով կամ կիլոմետրերով: Հարմարության համար հաճախ քարտեզի վրա պատկերում են մի հատված և մետրերով կամ կիլոմետրերով նշում նրան համապատասխանող հեռավորությունը տեղանքում:

21. Ի՞նչ է ցույց տալիս հետևյալ թվային մասշտաբը.
 ա) 1 : 100, բ) 1 : 1000, գ) 1 : 20000:
22. Գտե՛ք թվային մասշտաբը, եթե հայտնի է, որ հատակագծի (կամ աշխարհագրական քարտեզի) 1 սմ-ը պատկերում է.
 ա) 10 սմ, բ) 50 սմ, գ) 6 դմ, դ) 10 մ,
 ե) 100 մ, զ) 1 կմ, է) 6 կմ, ը) 10 կմ
- երկարության հատված տեղանքում:
23. Երկու քաղաքների հեռավորությունը 200 կմ է: Գտե՛ք այդ քաղաքների պատկերների հեռավորությունը քարտեզում, եթե թվային մասշտաբը հավասար է.
 ա) 1 : 1 000 000, բ) 1 : 200 000,
 գ) $\frac{1}{5\,000\,000}$, դ) $\frac{1}{20\,000\,000}$:

24. Քարտեզում թվային մասշտաբը $\frac{1}{50\,000}$ է: Տեղանքում գտե՛ք այն հեռավորությունը, որը քարտեզի վրա հավասար է.
- ա) 1 սմ, բ) 5 սմ, գ) 22 սմ,
 դ) 37 մմ, ե) $1\frac{1}{5}$ դմ, զ) 146 մմ:
25. Սենյակի հատակագիծն ունի ուղղանկյան տեսք, որի կողմերն են 40 մմ և 31 մմ: Գտե՛ք սենյակի երկարությունն ու լայնությունը, եթե հատակագծի թվային մասշտաբը 1 : 200 է:
26. Բանջարանոցն ունի 340 մ երակությամբ և 220 մ լայնությամբ ուղղանկյան տեսք: Ի՞նչ չափեր կունենա այդ բանջարանոցի պատկերը 1 : 500 մասշտաբով հատակագծում:
27. 72 սմ և 36 սմ կողմերով ուղղանկյունը հատակագծում ներկայացնում է վարսակով ցանված դաշտ: Գտե՛ք հատակագծի մասշտաբը, եթե դաշտի մեծ կողմը 360 մ է: Գտե՛ք դաշտի փոքր կողմը:
28. Օգտվելով տեղանքի հատակագծից (նկար 2)՝ գտե՛ք.
- ա) A-ից B հեռավորությունը,
 բ) A-ից ու B-ից մինչև կամուրջ եղած հեռավորությունները,
29. Քանի՞ ժամում զրոսաշրջիկները A-ից կհասնեն B (նկար 3), եթե շարժվեն.
- ա) 5 կմ/ժ, բ) 4 կմ/ժ արագությամբ:



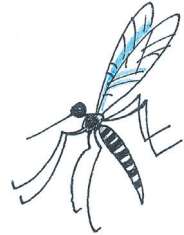
Նկար 2



Նկար 3

30. Գծե՛ք ձեր դասարանի հատակագիծը 1:100 թվային մասշտաբով:
31. Գծե՛ք ձեր սենյակի հատակագիծը 1:50 թվային մասշտաբով: Գծե՛ք ձեր դպրոցի շենքի հատակագիծը 1:250 թվային մասշտաբով:
33. Կարելի՞ է արդյոք 50 մ երկարությամբ և 20 մ լայնությամբ ուղղանկյան տեսք ունեցող հիմքով շենքի հատակագիծը 1:50 մասշտաբով գծել տետրի էջում: Ի՞նչ մասշտաբ է հարմար ընտրել, որպեսզի հատակագիծը տեղավորվի տետրի էջում:

34. Նկար 4-ում մոծակը պատկերված է 4:1 մասշտաբով: Գտե՛ք մոծակի թևի իրական երկարությունը:
35. Գտե՛ք՝ մեծացրած է, թե փոքրացրած առարկան, եթե այն պատկերված է
- ա) 1:100, բ) 10:1, գ) 1:20, դ) 4:1 մասշտաբով:



Նկար 4

1.3. ԹՎԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ ՏՐՎԱԾ ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅԱՄԲ

Թիվը տրված հարաբերությամբ մասերի բաժանելը դիտարկենք օրինակով:

Ենթադրենք պահանջվում է 60 կոնֆետը 2:3 հարաբերությամբ բաժանել երկու ընկերների միջև:

Եթե համարենք, որ 60 կոնֆետը $2+3=5$ մաս է, ապա 1 մասին կհամապատասխանի $60:5=12$ կոնֆետ: Բայց այդ ժամանակ 2 մասին կհամապատասխանի $12 \cdot 2=24$, իսկ 3 մասին՝ $12 \cdot 3=36$ կոնֆետ: Ուրեմն, առաջինը պիտի ստանա 24, իսկ երկրորդը՝ 36 կոնֆետ:

Լուծումը գրենք հետևյալ տեսքով.

$$1) \frac{60}{2+3} \cdot 2 = 24, \quad 2) \frac{60}{2+3} \cdot 3 = 36:$$

Այսպիսով՝ 60 թիվը 2:3 հարաբերությամբ բաժանելու համար կարելի է 60-ը բաժանել հարաբերության անդամների $2+3$ գումարին և արդյունքը բազմապատկել հարաբերության յուրաքանչյուր անդամով:

Այս կանոնով ցանկացած թիվ կարելի է բաժանել տրված հարաբերությամբ մասերի: Օրինակ, c թիվը բաժանենք $a:b$ հարաբերությամբ մասերի, երբ $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$: Կստանանք.

$$\frac{c \cdot a}{a+b} \text{ և } \frac{c \cdot b}{a+b}:$$

Խնդիր 1: Բաժնեթղթեր գնելու համար երկու եղբայր իրենց փողերը միացրին: Մեծ եղբայրը ներդրեց 50 000, իսկ փոքրը՝ 30 000 դրամ: Որոշ ժամանակից հետո նրանք բաժնեթղթերը վաճառեցին 100 000 դրամով: Ինչպե՞ս պետք է նրանք այդ գումարը բաժանեն միմյանց միջև:

Լուծում: Բնականաբար, 100 000 դրամը պետք է բաժանել այն հարաբերությամբ, որով որ նրանք կատարել են ներդրումը, այսինքն՝ $50\,000:30\,000$ կամ $5:3$: Ուրեմն՝

$$1. \text{ Մեծ եղբորը կհասնի } \frac{100\,000}{5+3} \cdot 5 = 62\,500 \text{ (դրամ),}$$

$$2. \text{ Փոքր եղբորը կհասնի } \frac{100\,000}{5+3} \cdot 3 = 37\,500 \text{ (դրամ):}$$

Պատասխան՝ մեծ եղբորը՝ 62 500 դրամ, փոքրին՝ 37 500 դրամ:

Խնդիր 2: Երեք հոգի ցանկանում են 2 600 000 դրամ արժողությամբ մի տուն գնել, որն ունի 13 միատեսակ (հավասար արժողությամբ) սենյակ: Առաջինը ցանկանում էր ունենալ 6 սենյակ, երկրորդը՝ 4, երրորդը՝ 3: Որքա՞ն դրամ պետք է ներդնի յուրաքանչյուրը:

Լուծում: Բնական է, որ ամեն մեկը պետք է ներդնի իր ձեռք բերելիք սենյակների քանակին համապատասխան գումար:

Առաջինի ներդրած գումարը պետք է լինի 6 մաս, երկրորդինը՝ 4 մաս, երրորդինը՝ 3 մաս: Այսպիսով՝ 2 600 000 դրամը պետք է բաժանել 6:4:3 հարաբերությամբ: Ուրեմն՝

$$1. \text{ առաջինը պետք է վճարի } \frac{2\,600\,000}{6+4+3} \cdot 6 = 1\,200\,000 \text{ (դրամ),}$$

$$2. \text{ երկրորդը պետք է վճարի } \frac{2\,600\,000}{6+4+3} \cdot 4 = 800\,000 \text{ (դրամ),}$$

$$3. \text{ երրորդը պետք է վճարի } \frac{2\,600\,000}{6+4+3} \cdot 3 = 600\,000 \text{ (դրամ):}$$

Պատասխան՝ առաջինը՝ 1 200 000 դրամ, երկրորդը՝ 800 000 դրամ, երրորդը՝ 600 000 դրամ:

Նկատենք, որ երրորդի գումարը կարելի էր հաշվել հանման միջոցով:

Խնդիր 3: Առաջին մեքենագրուհին 90 էջը կարող է մեքենագրել 10, իսկ երկրորդը՝ 15 ժամում: Ինչպե՞ս նրանց մեջ բաժանել 90 էջը, որպեսզի նրանք այն մեքենագրեն կարճագույն ժամանակում:

Լուծում:

1) Քանի՞ էջ է մեքենագրում 1 ժամում առաջին մեքենագրուհին.

$$90 : 10 = 9 \text{ (էջ):}$$

2) Քանի՞ էջ է մեքենագրում 1 ժամում երկրորդ մեքենագրուհին.

$$90 : 15 = 6 \text{ (էջ):}$$

90 էջը բաժանենք $9:6=3:2$ հարաբերությամբ: Դա հնարավոր կդարձնի միաժամանակ սկսել և միաժամանակ ավարտել աշխատանքը: Այդ դեպքում, բնականաբար, աշխատանքը կավարտվի կարճագույն ժամանակում:

3) Քանի՞ էջ պետք է տալ առաջին մեքենագրուհուն.

$$\frac{90 \cdot 3}{3+2} = 54 \text{ (էջ):}$$

4) Քանի՞ էջ պետք է տալ երկրորդ մեքենագրուհուն.

$$90 - 54 = 36 \text{ (էջ):}$$

Պատասխան՝ առաջին մեքենագրուհուն՝ 54 էջ, երկրորդին՝ 36:

36. 90 000 դրամը բաժանե՛ք ա) 5:4, բ) 2:3 հարաբերությամբ:
37. Նշված թիվը բաժանե՛ք տրված հարաբերությամբ.
- | | | | |
|--------|-----------------------------|---------|-----------------------------|
| ա) 12, | 1:3; | բ) 15, | 2:3; |
| գ) 48, | 3:5; | դ) 100, | $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$; |
| ե) 96, | $\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$; | զ) 90, | $\frac{1}{4}:\frac{1}{5}$; |
38. Բացատրե՛ք, թե ինչպես 24 թիվը բաժանել 1:2:3 հարաբերությամբ:
39. Առաջին մեքենագրուհին տպագրում է ժամում 10 էջ, երկրորդը՝ 8: Ինչպե՛ս բաժանել նրանց միջև 90 էջանոց ձեռագիրը, որպեսզի հնարավոր լինի միաժամանակ սկսել և միաժամանակ վերջացնել աշխատանքը:
40. *Հին խնդիր:* Ապակի պատրաստելու համար վերցնում են 10 մաս պոտաշ, 31 մաս ավազ և 2 մաս կավիճ: Ինչքա՞ն է պետք այդ նյութերից 86 փութ ապակի ստանալու համար:
41. Հեծանվորդի արագությունը 5 անգամ մեծ է հետիոտնի արագությունից: Նրանք միաժամանակ իրար ընդառաջ շարժվեցին երկու վայրից, որոնց հեռավորությունը 30 կմ էր: Հանդիպման պահին ինչքա՞ն ճանապարհ էր անցել հեծանվորդը:
42. Մոտոցիկլավարը երկու վայրի միջև եղած 60 կմ հեռավորությունն անցնում է 2, իսկ հեծանվորդը՝ 6 ժամում: Մի անգամ նրանք միաժամանակ միմյանց ընդառաջ դուրս եկան այդ վայրերից: Հանդիպման պահին քանի՞ կմ ճանապարհ էր անցել նրանցից յուրաքանչյուրը: Խնդիրը լուծե՛ք երկու եղանակով:
43. Առաջադրանքը կատարելու համար 3 օր աշխատեց 5 հյուսնից բաղկացած առաջին բրիգադը, և 4 օր էլ աշխատեց երկրորդ բրիգադը, որը բաղկացած էր 4 հյուսնից: Ամբողջ աշխատանքի համար վճարեցին 390 000 դրամ: Քանի՞ դրամ կստանա առաջին բրիգադը, եթե բոլոր հյուսներն աշխատել են միևնույն արտադրողականությամբ:
44. ա) 84 թիվը բաժանե՛ք 7 : 5 : 2 հարաբերությամբ:
 բ) 125-ը բաժանե՛ք այնպիսի 4 մասի, որ I մասը հարաբերի II-ին ինչպես 2 : 3, II-ը III-ին՝ ինչպես 3 : 5, իսկ III-ը IV-ին՝ ինչպես 5 : 6:
 գ) 125-ը բաժանե՛ք 4 այնպիսի մասի, որ I մասը հարաբերի II-ին, ինչպես 2 : 3, II-ը III-ին՝ ինչպես 4 : 5, իսկ III-ը IV-ին՝ ինչպես 6 : 11:
 դ) Մի առևտրային գործարք վարելու համար երեք վաճառական ընկերություն հիմնեց: Այդ նպատակով առաջին վաճառականը ներդրեց 1 500 000, երկրորդը՝ 1 000 000, իսկ երրորդը՝ 1 250 000

դրամ: Առևտրական գործարքի ավարտին նրանք ստացան 750 000 դրամ ընդհանուր շահույթ: Քանի՞ դրամ կստանա այդ շահույթից յուրաքանչյուր վաճառականը:

ե) Երկաթուղային շինարարությունում աշխատում էին բանվորների 3 բրիգադ՝ բաղկացած համապատասխանաբար 27, 32 և 15 բանվորներից: I բրիգադն աշխատեց 20 օր, II-ը՝ 18, իսկ III-ը՝ 16: Ամբողջ աշխատանքի համար 3 բրիգադը միասին ստացավ 4 068 000 դրամ: Քանի՞ դրամ ստացավ յուրաքանչյուր բրիգադը, եթե բոլոր բանվորները հավասարազոր աշխատողներ են:

1.4. ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹՅՈՒՆ

Երբեմն երկու հարաբերություններ կարող են հավասար լինել:

Օրինակ՝ $20 : 4$ և $\frac{1}{3} : \frac{1}{15}$ հարաբերությունները հավասար են: Գրում են՝

$$20 : 4 = \frac{1}{3} : \frac{1}{15}$$

Երկու հարաբերությունների հավասարությունն անվանում է **համեմատություն**:

$a : b = c : d$, կամ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ համեմատությունը կարդում են հետևյալ ձևով՝ «a-ի հարաբերությունը b-ին հավասար է c-ի հարաբերությանը d-ին», կամ «a-ն հարաբերում է b-ին, ինչպես c-ն հարաբերում է d-ին»:

a և d թվերն անվանում են համեմատության **եզրային անդամներ**, իսկ b և c թվերը՝ համեմատության **միջին անդամներ**.

միջին անդամներ

$$a : b = c : d$$

եզրային անդամներ

Այս անվանումները պայմանական են. բավական է համեմատությունը գրել հակառակ կարգով (աջից ձախ), և եզրային անդամները կդառնան միջին, իսկ միջին անդամները՝ եզրային:

Համեմատության հիմնական հատկությունն այն է, որ

համեմատության եզրային անդամների արտադրյալը հավասար է նրա միջին անդամների արտադրյալին

եթե $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ապա $a \cdot d = b \cdot c$

Իրոք, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ հավասարությունը բազմապատկելով $b \cdot d$ -ով, կստանաք

$$\frac{a \cdot b \cdot d}{b_1} = \frac{c \cdot b \cdot d^1}{d_1}, \text{ կամ } a \cdot d = b \cdot c:$$

Ճիշտ է նաև հակառակ պնդումը: Դիցուք a -ն, b -ն, c -ն և d -ն ոչ զրո թվեր են: Այդ դեպքում, եթե $a \cdot d = b \cdot c$ ապա $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$,
 Իրոք, եթե $a \cdot d = b \cdot c$ հավասարությունը բաժանենք $b \cdot d$ -ի, ապա կստանանք՝

$$\frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{b \cdot c}{b \cdot d}, \text{ կամ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}:$$

Նկատենք, որ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ համեմատությունից հետևում է $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ համեմատությունը, որովհետև, եթե կտոորակները հավասար են, ապա նրանց հակադարձ կտոորակներն էլ են հավասար:

Եթե համեմատության չորս անդամներից մեկն անհայտ է, և պետք է այն գտնել, ապա ասում են, թե պետք է լուծել համեմատությունը:

Օրինակ: Լուծենք $\frac{30}{x} = \frac{5}{8}$ համեմատությունը:

Լուծում: Համեմատության հիմնական հատկության համաձայն՝ նրա եզրային անդամների արտադրյալը հավասար է միջին անդամների արտադրյալին՝ $x \cdot 5 = 30 \cdot 8$ որտեղից $x = \frac{30 \cdot 8}{5} = 48$:

45. Ի՞նչն են անվանում համեմատություն: Բերե՛ք համեմատության օրինակ, նշե՛ք եզրային և միջին անդամները: Ձևակերպե՛ք համեմատության հիմնական օրենքը:

46. Գրե՛ք համեմատության տեսքով.

ա) 2-ը հարաբերում 3-ին, ինչպես 10-ը հարաբերում է 15-ին,

բ) $\frac{1}{3}$ հարաբերում է 6-ին, ինչպես 1-ը հարաբերում է 18-ին,

գ) 3-ը այնքան անգամ է մեծ 2-ից, որքան անգամ 6-ը մեծ է 4-ից,

դ) 7-ը այնքան անգամ է մեծ $3\frac{1}{2}$, որքան անգամ 9-ը մեծ է $\frac{9}{2}$ -ից:

47. Կարելի՞ է համեմատություն կազմել հետևյալ հարաբերություններից.

ա) $6 : 3$ և $24 : 12$,

բ) $1 : 5$ և $17 : 85$,

գ) $2 : 5$ և $10 : 4$,

դ) $20 : 8$ և $35 : 14$:

Ճիշտ է արդյոք հավասարությունը (48–50).

48. ա) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, բ) $7:5 = \frac{77}{55}$, գ) $\frac{12}{18} = 14:21$:

49. ա) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = 10:12$, բ) $\frac{3}{7} : \frac{4}{9} = 27:28$,
 գ) $\frac{4}{11} : \frac{5}{6} = 48:110$, դ) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 4:3$:

50. ա) $\frac{1}{7} : \frac{3}{4} = \frac{1}{14} : \frac{3}{8}$, բ) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{1}{3} : \frac{2}{5}$,
 գ) $1\frac{1}{2} : 5 = 3:10$, դ) $1\frac{4}{5} : 2 = 10:9$:

51. Հավասարությունը փոխարինե՞ք համեմատությունով.

ա) $12 \cdot 2 = 6 \cdot 4$, բ) $15 \cdot 6 = 9 \cdot 10$,

գ) $42 \cdot 4 = 84 \cdot 2$, դ) $24 \cdot 10 = 2 \cdot 120$:

52. Տրված համեմատությունից ստացե՞ք նորը՝ փոխելով եզրային անդամների (միջին անդամների) տեղերը.

ա) $\frac{25}{13} = \frac{50}{26}$, բ) $28:25 = 84:75$,

Լուծե՛ք համեմատությունը (53–58).

53. ա) $\frac{x}{2} = \frac{3}{7}$, բ) $\frac{x}{3} = \frac{2}{5}$, գ) $\frac{x}{12} = \frac{7}{10}$, դ) $\frac{x}{16} = \frac{9}{32}$:

54. ա) $\frac{7}{8} = \frac{x}{6}$, բ) $\frac{13}{15} = \frac{x}{10}$, գ) $\frac{12}{21} = \frac{x}{14}$, դ) $\frac{48}{51} = \frac{x}{34}$:

55. ա) $\frac{15}{x} = \frac{5}{8}$, բ) $\frac{24}{x} = \frac{8}{7}$, գ) $\frac{12}{x} = \frac{4}{5}$, դ) $\frac{25}{x} = \frac{5}{7}$:

56. ա) $\frac{3}{5} = \frac{7}{x}$, բ) $\frac{8}{7} = \frac{15}{x}$, գ) $\frac{1}{7} = \frac{12}{x}$, դ) $\frac{8}{1} = \frac{3}{x}$:

57. ա) $x : \frac{1}{2} = 3:5$, բ) $x : \frac{2}{3} = 3:4$, գ) $x:5 = 7 : \frac{1}{2}$, դ) $x:6 = \frac{1}{3}:8$:

58. ա) $14:15 = 3:x$, բ) $12:29 = \frac{1}{58}:x$,

գ) $12:25 = \frac{7}{15}:x$, դ) $144:125 = 1\frac{1}{2}:x$:

59. Ապացուցե՛ք, որ եթե $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ապա.

ա) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, բ) $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$, գ) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$, դ) $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

Լուծե՛ք համեմատությունը (60, 61).

60. ա) $\frac{2 \cdot x}{3} = \frac{4}{9}$, բ) $\frac{3 \cdot x}{35} = \frac{9}{10}$, գ) $\frac{8}{15} = \frac{6 \cdot x}{9}$, դ) $\frac{12}{13} = \frac{18 \cdot x}{39}$,

61. ա) $\frac{1}{5}=2:(3 \cdot x)$, բ) $\frac{21}{25}=\frac{49}{50 \cdot x}$, գ) $\frac{8}{15}=\frac{6 \cdot x}{9}$, դ) $\frac{19}{19}=32:(38x)$:

1.5. ՈՒՂԻՂ ԵՎ ՀԱԿԱԳԱՐՁ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ենթադրենք գրքի մեկ օրինակը արժե 300 դրամ: Այդ դեպքում նույն գրքի երկու, երեք և այլ քանակով օրինակների արժեքը հեշտությամբ կարող ենք հաշվել.

Գրքերի քանակը (հատ)	1	2	3	4	5	6
Գրքերի արժեքը (դրամ)	300	600	900	1200	1500	1800

Գրքերի քանակը մի քանի անգամ մեծացնելիս նրանց գինը մեծանում է նույնքան անգամ:

Երկու մեծություն կոչվում են ուղիղ համեմատական, եթե մեծություններից մեկը մի քանի անգամ մեծացնելիս մյուսը մեծանում է նույնքան անգամ:

Դիտարկված օրինակում գրքերի արժեքը ուղիղ համեմատական է նրանց քանակին:

Բերենք մեկ այլ օրինակ:

Հավասարաչափ շարժման դեպքում ծախսած ժամանակն ու այդ ընթացքում անցած ճանապարհը ուղիղ համեմատական մեծություններ են: Եթե մեքենան 2 ժամում անցնում է 120 կմ, ապա 3 անգամ մեծ ժամանակում կանցնի 3 անգամ մեծ ճանապարհ՝ 360 կմ:

Նկատեք, որ ուղիղ համեմատական մեծությունների համապատասխան արժեքների հարաբերությունը հաստատուն է:

Ենթադրենք ունենք 1200 դրամ և ցանկանում ենք գնել այս կամ այն գրքի մի քանի օրինակ: 1200 դրամով գնված գրքերի քանակը՝ կախված մեկ գրքի գնից, կարելի է տալ հետևյալ աղյուսակով.

Գրքի մեկ օրինակի արժեքը (դրամ)	100	200	300	400	600	1200
Գրքերի քանակը (հատ)	12	6	4	3	2	1

Այս դեպքում գրքի գինը մի քանի անգամ մեծացնելիս գրքերի այն քանակը, որ կարելի է գնել 1200 դրամով, նույնքան անգամ փոքրանում է:

Երկու մեծություն անվանում են հակադարձ համեմատական, եթե մեծություններից մեկը մի քանի անգամ մեծացնելիս, մյուսը նույնքան անգամ փոքրանում է:

Դիտարկված օրինակում գնված գրքերի քանակը հակադարձ համեմատական է մեկ գրքի արժեքին:

Հավասարաչափ շարժման արագությունն ու ժամանակը ճանապարհի տվյալ տեղամասում հակադարձ համեմատական մեծություններ են: Եթե մեքենան 50 կմ/ժ արագությամբ մի ճանապարհահատված անցնում է 4 ժամում, ապա 25 կմ/ժ արագությամբ նույն ճանապարհահատվածը կանցնի 8 ժամում (քանի որ արագությունը փոքրացել է 2 անգամ, ուրեմն ժամանակը կմեծանա 2 անգամ):

Նկատեք, որ հակադարձ համեմատական մեծությունների համապատասխան արժեքների արտադրյալը հաստատուն է:

Խնդիր 1: Շարժվելով հաստատուն արագությամբ (այսինքն՝ հավասարաչափ)՝ գնացքը 2 վայրկյանում անցավ 60 մետր: Ի՞նչ ճանապարհ կանցնի գնացքը 15 վայրկյանում:

Լուծում: Հաստատուն արագության դեպքում ճանապարհն ուղիղ համեմատական է շարժման ժամանակին: Համարելով, որ գնացքը 15 վ-ում անցել է x մ՝ խնդրի պայմանը հակիրճ կգրվի այսպես.

$$\begin{array}{c} \downarrow 60 \text{ մ} - 2 \text{ վ} \downarrow \\ \downarrow x \text{ մ} - 15 \text{ վ} \downarrow \end{array}$$

Համուղղված սլաքներով ցույց է տրվում, որ մեծությունները ուղիղ համեմատական են: Ժամանակը մեծացել է $\frac{15}{2}$ անգամ, իսկ ճանապարհը՝ $\frac{x}{60}$ անգամ: Քանի որ մեծություններն ուղիղ համեմատական են, ապա $\frac{15}{2}$ և $\frac{x}{60}$ հարաբերությունները հավասար են.

$$\frac{15}{2} = \frac{x}{60}:$$

Լուծելով ստացված համեմատությունը՝ կստանանք

$$2x = 15 \cdot 60, \quad x = \frac{15 \cdot 60}{2}, \quad x = 450:$$

Պատասխան՝ 450 մ:

Խնդիր 2: 45 կմ/ժ արագություն ունեցող գնացքը մի ճանապարհահատված անցնելու համար ծախսեց 4 ժ: Ինչքա՞ն ժամանակ կծախսի ապրանքատար գնացքը նույն ճանապարհը 40 կմ/ժ արագությամբ անցնելու դեպքում:

Լուծում: Նույն ճանապարհի դեպքում արագությունը և շարժման ժամանակը հակադարձ համեմատական մեծություններ են: Համարելով, որ ապրանքատարն այդ ճանապարհն անցել է x ժամում՝ խնդրի պայմանը կարձ կգրվի՝

ա) Քանի՞ ժամում կանցնի նույն հեռավորությունը հետիոտնը, որի արագությունը 3 անգամ փոքր է հեծանվորդի արագությունից:

բ) Քանի՞ ժամում կանցնի նույն հեռավորությունը մոտոցիկլավարը, որի արագությունը 5 անգամ մեծ է հեծանվորդի արագությունից:

Գտե՛ք նշված մեծությունների համեմատականության բնույթը (ուղիղ, հակադարձ) **(68–70)**.

68. ա) Մատիտի գնի և մի քանի այդպիսի մատիտների արժեքի՝ նրանց հաստատուն քանակի դեպքում:

բ) Միատեսակ մատիտների քանակի և այդ քանակության արժեքի՝ մատիտի հաստատուն գնի դեպքում:

գ) Տրված հաստատուն գումարով գնած միատեսակ մատիտների քանակի և մատիտի գնի:

69. ա) Հավասարաչափ շարժման արագության և հաստատուն ժամանակամիջոցում անցած ճանապարհի:

բ) Ծախսած ժամանակի և անցած ճանապարհի՝ շարժման հաստատուն արագության դեպքում:

գ) Հավասարաչափ շարժման ժամանակի և արագության՝ հաստատուն ճանապարհի դեպքում:

70. ա) Միատեսակ տրակտորների քանակի և այն մակերեսի, որ նրանք կհերկեն մեկ օրում:

բ) Տրակտորի աշխատած օրերի և այն մակերեսի, որ նա կհերկի այդ ընթացքում:

գ) Միատեսակ տրակտորների քանակի և այն օրերի քանակի, որոնց ընթացքում նրանք կհերկեն տրված դաշտը:

71. ա) Դպրոցի համար գնում են միատեսակ տետրեր: Ի՞նչ կախվածություն կա գնված տետրերի քանակի և այդ քանակության արժեքի միջև:

բ) Մեկը ցանկանում է հաստատուն արագությամբ անցնել երկու քաղաքների միջև եղած հեռավորությունը: Ինչպիսի՞ն է շարժման արագության և ժամանակի միջև կախվածությունը:

72. Գնացքը հաստատուն արագությամբ 6 ժամում անցավ 480 կմ: Քանի՞ կմ էր անցել գնացքն առաջին 2 ժամում:

73. Բալի մուրաբա եփելու համար 6 կգ մրգի հետ վերցնում են 4 կգ շաքարավազ: Քանի՞ կգ շաքարավազ պետք է վերցնել 12 կգ մրգի դեպքում:

74. Բալի մուրաբա եփելու համար 6 կգ մրգի հետ վերցնում են 4 կգ շաքարավազ: Քանի՞ կգ միրգ պետք է վերցնել 12 կգ շաքարավազի դեպքում:

75. ա) 100 գ լուծույթը պարունակում է 4 գ աղ: Որքա՞ն աղ է պարունակում 300 գ այդպիսի լուծույթը:

բ) 4000 գ լուծույթը պարունակում է 80 գ աղ: Որքա՞ն աղ է պարունակվում այդ լուծույթի 200 գրամում:

76. Երկու քաղաքների հեռավորությունն առաջին գնացքն անցավ 3 ժամում՝ 80 կմ/ժ արագությամբ: Քանի՞ ժամում երկրորդ գնացքը կանցնի նույն հեռավորությունը 60 կմ/ժ արագությամբ:
77. 5 ներկարար կարող է ցանկապատը ներկել 8 օրում: Քանի՞ օրում նույն ցանկապատը կարող է ներկել. ա) 10 ներկարարը, բ) 1 ներկարարը, եթե բոլոր ներկարարները հավասարազոր աշխատողներ են:
78. 8 մ մահուդն արժե այնքան, որքան 63 մ չիթը: Քանի՞ մետր չիթ կարելի է գնել 14 մ մահուդի փոխարեն:
79. *Հին ինտիլի:* Մի շոգ օր 6 հնձվորով 8 ժամում խմեցին մի տակառիկ թան: Պետք է իմանալ, թե քանի՞ հնձվորով 3 ժամում կխմեն մեկ նույնպիսի տակառիկ թանը:
80. *Հին ինտիլի:* 8 արշին մահուդն արժե 30 ռուբլի: Ի՞նչ արժե 15 արշին մահուդը:
81. Ապրանքատար գնացքը 80 կմ/ժ արագությամբ անցավ 720 կմ: Նույն ժամանակամիջոցում ի՞նչ հեռավորություն կանցնի մարդատար գնացքը, որի արագությունը 60 կմ/ժ է:
82. ա) Բեռնատարը քաղաքների միջև հեռավորությունը 60 կմ/ժ արագությամբ անցավ 8 ժամում: Քանի՞ ժամում նույն հեռավորությունը կանցնի մարդատարը 80 կմ/ժ արագությամբ:
բ) 4 հոգանոց բրիգադը առաջադրանքը կարող է կատարել 10 օրում: Քանի՞ օրում կկատարի նույն առաջադրանքը 5 հոգանոց մի այլ բրիգադ, եթե բոլոր 9 հոգին էլ հավասարապես լավ են աշխատում:
83. Մեկ կիլոգրամ մետաղի ջարդոնը կարող է փոխարինել $2\frac{1}{2}$ կիլոգրամ երկաթով հարստացված հանքաքարին: Որքա՞ն հանքաքարի կփոխարինի 4 տոննա ջարդոնը:
84. ա) Վարորդը նկատեց, որ 60 կմ/ժ արագությամբ նա կամուրջն անցավ 40 վայրկյանում: Վերադառնալիս նա նույն կամուրջն անցավ 30 վայրկյանում: Ի՞նչ արագություն ուներ ավտոմեքենան վերադառնալիս:
բ) 60 կմ/ժ արագությամբ մեքենան թունելն անցում է 1 րոպեում: Քանի՞ րոպեում նա կանցնի այդ թունելը 50 կմ/ժ արագությամբ:
85. Երկու ատամնանիվ շղթայակցված են: Առաջինը, որն ունի 60 ատամ, 1 րոպեում 50 պտույտ է կատարում: Բոպեում քանի՞ պտույտ է կատարում երկրորդ ատամնանիվը, եթե այն ունի 40 ատամ:
86. Այն ժամանակամիջոցում, երբ խառատը պատրաստում է 6 մանրակ, նրա աշակերտը պատրաստում է ընդամենը 4 մանրակ:
ա) Քանի՞ մանրակ կպատրաստի աշակերտն այն ժամանակահատվածում, որի ընթացքում խառատը պատրաստում է 27 մանրակ:
բ) Որքա՞ն ժամանակ կծախսի աշակերտն այն առաջադրանքի համար, որը խառատը կարող է կատարել 1 ժամում:

87. Միևնույն ժամանակում հետիոտնն անցավ 6 կմ, իսկ հեծանվորդը՝ 18 կմ:
 ա) Քանի՞ կմ կանցնի հեծանվորդն այն ժամանակամիջոցում, որի ընթացքում հետիոտնն անցնում է 10 կմ:
 բ) Որքա՞ն ժամանակ կծախսի հեծանվորդն այն ճանապարհն անցնելու համար, որը հետիոտնն անցնում է 2 ժամում:
88. 6 մարդ մի աշխատանք կատարում են 18 օրում: Քանի՞ օրում կկատարեն այդ աշխատանքը 9 մարդ, եթե բոլոր 15-ը հավասարազոր աշխատողներ են:
89. ա) 6 ներկարար աշխատանքը կկատարեն 5 օրում: Նույն արտադրողականությունն ունեցող քանի՞ ներկարար ևս պետք է հրավիրել, որպեսզի բոլորով միասին այդ նույն աշխատանքը կատարեն 3 օրում:
 բ) Երկու աշխատող կարող էին առաջադրանքը կատարել 10 օրում: Քանի՞ նույնպիսի աշխատող ևս պետք է հրավիրել առաջադրանքը 4 օրում անելու համար:
90. *Լ. Փ. Մագնիցկիի «Թվաբանություն» գրքից:* Ոմն պարոն կանչեց ատաղձագործին և պատվիրեց պալատ կառուցել: Տվեց նրան 20 աշխատող և հարցրեց, թե քանի օրում նրանք կպատրաստեն իր պալատը: Ատաղձագործը պատասխանեց՝ 30 օրում: Այնինչ պարոնին անհրաժեշտ էր 5 օրում կառուցել, և նա հարցրեց ատաղձագործին.
 – Քանի՞ աշխատող է քեզ պետք ունենալ, որ նրանց հետ պալատը կառուցես 5 օրում:
 Եվ ատաղձագործը, շվարելով, հարցնում է քեզ, մաթեմատիկոս՝ քանի՞ աշխատող է պետք իրեն, որ այդ պալատը կառուցի 5 օրում:

1.6. ԳԱՂԱՓԱՐ ՏՈՎՈՍԻ ՄԱՍԻՆ

Թվի (մեծության) մեկ հարյուրերորդ մասն անվանում են այդ թվի (մեծության) մեկ տոկոս:

Գտնել թվի (մեծության) 1 տոկոսը նշանակում է գտնել այդ թվի (մեծության) $\frac{1}{100}$ մասը, ինչը կարելի է անել՝ թիվը (մեծությունը) $\frac{1}{100}$ -ով բազմապատկելով կամ հարյուրի բաժանելով:

Օրինակ՝ 300 կգ-ի 1 տոկոսը 3 կգ է, որովհետև $300 : 100 = 3$, կամ

$300 \cdot \frac{1}{100} = 3$: 10 կմ-ի 1 տոկոսը 100 մ է, որովհետև

$$10 \text{ կմ} \cdot \frac{1}{100} = 10 \text{ 000 մ} \cdot \frac{1}{100} = 100 \text{ մ:}$$

«Տոկոս» բառի փոխարեն մաթեմատիկայում օգտագործում են «%» նշանը: Այսպես, «15 տոկոս» բառերի փոխարեն գրում են «15%»:

Այսպիսով, եթե a -ն որևէ մեծություն է կամ թիվ, ապա a -ի 1% նշանակում է $a \cdot \frac{1}{100}$, a -ի 39% նշանակում է a -ի $\frac{39}{100}$ մաս և հավասար է $a \cdot \frac{39}{100}$: Ինքը՝ a -ն, իր $\frac{1}{100}$ մասերից պարունակում է ճիշտ 100-ը, ուրեմն ինքն իր 100%-ն է՝ $a = 100 \cdot \left(\frac{1}{100} \cdot a\right)$:

Առավել հաճախ դիտարկում են տոկոսի հետ կապված հետևյալ երեք տեսակ խնդիրները.

- 1) տրված թվի տրված տոկոսի որոշումը,
- 2) այն անհայտ թվի որոշումը, որի որոշակի տոկոսը հայտնի է,
- 3) որոշումը, թե տրված թվերից մեկի որ տոկոսն է հավասար մյուսին: Այսպիսի խնդիրները լուծելու համար բավական է իմանալ, որ 1% նշանակում է $\frac{1}{100}$ մաս:

Խնդիր 1: Գտե՛ք 600 մ-ի 1%-ը:

Լուծում: 600 մ-ի 1%-ը հավասար է 600 մ-ի $\frac{1}{100}$ մասին՝

$$600 \cdot \frac{1}{100} = 6 \text{ (մ):}$$

Պատասխան՝ 6 մ:

Խնդիր 2: Գտե՛ք 36 մ-ի 25%-ը:

Լուծում: 36 մ-ի 25%-ը հավասար է 36 մ-ի $\frac{25}{100}$ մասին՝

$$36 \cdot \frac{25}{100} = 36 \cdot \frac{1}{4} = \frac{36}{4} = 9 \text{ (մ):}$$

Պատասխան՝ 9 մ:

Խնդիր 3: Գտե՛ք այն թիվը, որի 1%-ը 5 է:

Լուծում: Քանի որ թվի 1%-ը 5 է, ուրեմն թիվն ինքը 100 անգամ մեծ է՝

$$5 \cdot 100 = 500:$$

Պատասխան՝ 500:

Խնդիր 4: Գտե՛ք այն թիվը, որի 30%-ը 60 է:

Լուծում: Քանի որ թվի 30%-ը 60 է, ապա 1%-ը $\frac{60}{30}$ է, իսկ ինքը՝ թիվը, 100 անգամ մեծ է՝

$$100 \cdot \frac{60}{30} = 100 \cdot 2 = 200:$$

Պատասխան՝ 200:

Խնդիր 5: Դասարանի 30 աշակերտից 12-ն ընդգրկված է տարբեր խմբակներում: Աշակերտների ո՞ր տոկոսն է ընդգրկված խմբակներում:

Լուծում: Խմբակներում ընդգրկված է դասարանի աշակերտների $\frac{12}{30}$ մասը: Խնդիրն այն է, որ $\frac{12}{30}$ -ն արտահայտվի տոկոսներով, այսինքն որոշվի, թե $\frac{12}{30}$ -ը քանի $\frac{1}{100}$ է:

$$\frac{12}{30} = \frac{12 \cdot 100}{30} \cdot \frac{1}{100} = \frac{12 \cdot 100}{30} \% = 40\%:$$

Պատասխան՝ 40%:

Որոշելու համար, թե առաջին թիվը երկրորդ թվի որ տոկոսն է, կարելի է առաջին թիվը բաժանել երկրորդին և արդյունքը բազմապատկել 100-ով:

Խնդիր 6: Գտե՛ք, թե 125 թիվը 200-ի որ տոկոսն է:

Լուծում: 125-ը բաժանենք 200-ի և արդյունքը բազմապատկենք 100-ով.

$$\frac{125}{200} \cdot 100\% = 62\frac{1}{2}\%:$$

Պատասխան՝ $62\frac{1}{2}\%$:

«1% = $\frac{1}{100}$ մաս» կարճ գրությունը նշանակում է, որ որևէ թվի (մեծության) 1%-ը այդ թվի (մեծության) $\frac{1}{100}$ մասն է: «p% = $\frac{p}{100}$ մաս» կարճ գրությունը նշանակում է, որ որևէ թվի (մեծության) p%-ն այդ թվի (մեծության) $\frac{p}{100}$ մասն է: Դրա համար էլ հաճախ ասում են, որ տոկոսը կարելի է գրել մասի տեսքով, իսկ մասը՝ տոկոսի: Օրինակ՝ գրում են.

$$13\% = \frac{13}{100} \text{ մաս}, \frac{99}{100} \text{ մաս} = 99\%:$$

91. Ի՞նչ է տոկոսը:

92. Ինչպե՞ս գտնել տրված թվի տոկոսը:

93. Տրված տոկոսները գրե՛ք մասի տեսքով.

1% , 5% , 70% , 100% , 120% , 150% , 200% , 1020% :

94. Կարդացեք նախադասությունը: Վերաձևակերպե՛ք այն՝ տոկոսը փոխարինելով կոտորակով (մասով): Կարդացե՛ք ստացված նախադասությունը:

ա) 25 թիվը 100-ի 25%-ն է:

- բ) 20 թիվը 40-ի 50%-ն է:
 գ) 200-ի 10%-ը 20 է:
 դ) 500 թիվը մեծացրին 10%-ով և ստացան 550:
- 95.** Արտահայտե՛ք տոկոսներով.
- ա) $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$,
 բ) $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 2, $1\frac{15}{100}$:
- 96.** XX դարի սկզբում Ռուսաստանում տնտեսության մեջ ներգրավված յուրաքանչյուր 100 մարդուց 9-ը աշխատում էր արդյունաբերությունում, 75-ը՝ գյուղատնտեսությունում, 9-ը զբաղվում էր առևտրով: Տնտեսության մեջ ներգրավված մարդկանց ո՞ր տոկոսն է ընդգրկված արդյունաբերությունում, ո՞րը՝ գյուղատնտեսությունում և որը՝ առևտրի ոլորտում:
- 97.** Գտե՛ք հետևյալ մեծության 1%-ը.
 ա) 1 մետր, բ) 1 ցենտներ, գ) 1 կիլոգրամ:
- 98.** Գտե՛ք հետևյալ մեծության 5%-ը, 17%-ը, 23%-ը.
 ա) 1 մետր, բ) 1 ցենտներ, գ) 1 կիլոգրամ:
- 99.** Գտե՛ք
 ա) 100-ի 1%-ը, բ) 300-ի 1%-ը, գ) 40-ի 5%-ը,
 դ) 200-ի 7%-ը, ե) 15-ի 20%-ը, զ) 48-ի 25%-ը,
 է) 49-ի 100%-ը, ը) 250-ի 120%-ը, թ) 300-ի 200%-ը:
- 100.** Ծառայողն իր ձեռնարկությունից գնեց 50 000 դրամի բաժնետոմս և ստացավ 20% շահույթ: Քանի՞ դրամ շահույթ նա ստացավ:
- 101.** Թվի ո՞ր մասն է նրա.
 ա) 1%-ը, բ) 5%-ը, գ) 10%-ը, դ) 20%-ը,
 է) 25%-ը, զ) 50%-ը, ե) 75%-ը, ը) 100%-ը:
- 102.** Հաշվե՛ք.
 ա) 400-ի 50%-ը, բ) 20-ի 10%-ը,
 գ) 16-ի 25%-ը, դ) 8-ի 75%-ը:
- 103.** Շաքարի ձակնդեղից ստանում են շաքար, որի զանգվածը ձակնդեղի զանգվածի 18%-ն է: Որքա՞ն շաքար կստացվի
 ա) 40 տ, բ) 30 տ, գ) 500 տ ձակնդեղի մշակումից:
- 104.** Երկաթահանքը պարունակում է 70% մաքուր երկաթ: Քանի՞ տոննա մաքուր երկաթ է պարունակում 13 տ երկաթահանքը:
- 105.** Ձուլվածքը պարունակում է 62% անագ և 38% կապար: Քանի՞ գրամ անագ և քանի՞ գրամ կապար է պարունակում 400 գ ձուլվածքը:
- 106.** Հայրիկս իր 20 000 դրամ մրցանակը ծախսել է մայրիկիս և մեզ՝ երեխաներիս, նվերներ գնելու համար: Մայրիկիս նվերի համար

նա ծախսել է այդ գումարի 40%-ը, իսկ իմ և քրոջս նվերների համար՝ 30-ական տոկոս: Ամբողջ գումարն է ծախսել արդյոք հայրը: Չկա՞ն արդյոք խնդրում ավելորդ տվյալներ:

107. ա) Դասարանի աշակերտների 25%-ը մրցակցում էր բարձրացատկի մարզաձևում, ևս 75%-ը՝ հեռացատկի: Դասարանի բոլոր՝ աշակերտներն են արդյոք մասնակցում մրցումներում:

բ) Ջրոսաշրջիկները նախատեսած երթուղու 80%-ն անցան գնացքով, իսկ 15%-ը՝ ավտոբուսով: Արդյոք ամբողջ երթուղին անցան:

գ) Մարինեն իր ունեցած գումարի 70%-ը ծախսեց գրքեր, իսկ 30%-ը՝ տետրեր գնելու համար: Ամբողջ գումարը ծախսեց Մարինեն:

108. Ուսուցչուհին հայտարարեց. «Ստուգողական աշխատանքը ձիշտ է կատարել մեր դասարանի աշակերտների 100%-ը»: Ինչպե՞ս դա հասկանալ:

109. ա) Գումարի 80%-ը ծախսել են: Գումարի քանի՞ տոկոսն է մնացել:

բ) Տղամարդիկ գործարանի բոլոր աշխատակիցների 75%-ն են: Աշխատակիցների ո՞ր տոկոսն են կանայք:

գ) Աղջիկները դասարանի 40%-ն են: Դասարանի ո՞ր տոկոսն են տղաները:

110. ա) Գտե՛ք 36 թվի 15%-ը:

բ) Գտե՛ք այն թիվը, որի 15%-ը 36 է:

111. Գտե՛ք այն թիվը, որի.

ա) 1%-ը 3 է, բ) 10%-ը 40 է,

գ) 15%-ը 30 է, դ) 50%-ը 250 է:

112. Կոտորակն արտահայտե՛ք տոկոսով.

ա) $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100} = 60\%$,

բ) $\frac{5}{3} = \frac{5}{3} \cdot 100\% = \frac{500}{3}\% = 166 \frac{2}{3}\%$,

գ) $\frac{4}{5}$, դ) $\frac{5}{4}$, ե) $\frac{3}{4}$, զ) $\frac{13}{25}$, է) $\frac{17}{20}$, ը) $\frac{4}{3}$:

113. ա) Խանութը ստացավ էլեկտրական լամպեր: Նրանց մեջ հայտնաբերվեց 16 ջարդված լամպ, որն ամբողջ թվաքանակի 2%-ն էր: Քանի՞ լամպ էր ստացել խանութը:

բ) Ցանել էին սիսեռի սերմեր: Նրանցից 270-ը ծլեցին: Դա ցանած սերմերի ամբողջ քանակի 90%-ն է: Քանի՞ սերմ էին ցանել:

114. 16 կգ թարմ տանձից ստացել են 4 կգ չիր: Թարմ տանձի զանգվածի ո՞ր մասն է տանձի չրի զանգվածը: Այդ մասն արտահայտե՛ք տոկոսով: Ջանգվածի ո՞ր տոկոսն է կորչում չորացման ընթացքում:

115. 50-ի ո՞ր տոկոսն է 40: 40-ի ո՞ր տոկոսն է 50:

116. ա) Ցանել են 50 սերմ: Նրանցից 47-ը ծլել են: Գտե՛ք սերմերի ծլունակության տոկոսը:

$$\frac{35}{x} = \frac{100}{8}, \quad x = \frac{35 \cdot 8}{100} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}:$$

Պատասխան՝ $2\frac{4}{5}$:

Օրինակ 2: Գտնենք այն թիվը, որի 12%-ը 3 է:

Լուծում: Ենթադրենք x -ը որոնելի թիվն է, այդ դեպքում.

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad x - 100\% \quad \downarrow \\ \downarrow \quad 3 - 12\% \quad \downarrow \end{array}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{100}{12}, \quad x = \frac{3 \cdot 100}{12} = 25:$$

Պատասխան՝ 25:

Օրինակ 3. Գտնենք թե 8-ը 40-ի որ տոկոսն է:

Լուծում: Ենթադրենք 8-ը 40-ի $x\%$ -ն է, այդ դեպքում.

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad 40 - 100\% \quad \downarrow \\ \downarrow \quad 8 - x\% \quad \downarrow \end{array}$$

$$\frac{40}{8} = \frac{100}{x}, \quad x = \frac{8 \cdot 100}{40} = 20:$$

Պատասխան՝ 20%:

120. ա) Խանութ առաքեցին 2500 կգ լոլիկ: Առաջին օրը վաճառեցին այդ ամբողջ ավարանքի 30%-ը: Քանի՞ կգ լոլիկ մնաց վաճառելու:
բ) Դպրոցում 400 աշակերտ է սովորում, որի 52%-ը աղջիկներն են: Գտե՛ք տղաների քանակը:
121. Տանձի չրի զանգվածը թարմ տանձի զանգվածի 20%-ն է: Քանի՞ կգ չիր կստացվի 100 կգ, 350 կգ, 25 կգ թարմ տանձից: Քանի՞ տոկոս զանգված է կորչում թարմ տանձի չորացման ընթացքում:
122. Խաղողը չորացնելիս կորցնում է իր զանգվածի 70%-ը: Ինչքա՞ն չամիչ (չորացրած խաղող) կստացվի 100 կգ, 250 կգ, 80 կգ թարմ խաղողից:
123. Համաձուլվածքի 40%-ը անագ է, 2%-ը՝ ոսկի, իսկ մնացած մասը՝ կապար: Քանի՞ գրամ անագ, ոսկի և կապար կա այդ համաձուլվածքի 300 գ-ում:
124. Խառատը մինչև ընդմիջում տաշեց 24 մանրակ, ինչը հերթափոխային պլանի 60%-ն է: Քանի՞ մանրակ է տաշում խառատը մեկ հերթափոխում:
125. Զբոսաշրջիկները անցան երթուղու 75%-ը, և նրանց մնում էր անցնել ևս 5 կմ: Ինչքա՞ն է երթուղու երկարությունը:

126. Ո՞րն է մեծ.
ա) 40-ի 30%-ը, թե՞ 30-ի 40%-ը,
բ) 60-ի 80%-ը, թե՞ 70-ի 60%-ը:
127. Առանց հաշվարկների որոշե՛ք՝ որն է մեծ.
ա) 34-ի 12%-ը, թե՞ 34-ի 13%-ը,
բ) 49-ի 12%-ը, թե՞ 50-ի 12%-ը:
128. Ապրանքն արժեր 5000 դրամ: Նրա գինը բարձրացավ 20%-ով: Քանի՞ դրամով բարձրացավ գինը:
129. Գազիկն ունի 80 փոստանիշ, Դավիթը՝ Գազիկից 20%-ով ավելի, իսկ Գեղամը Գազիկից 25%-ով պակաս: Քանի՞ փոստանիշ ունի Դավիթը և քանի՞ Գեղամը:
130. Մեծացրե՛ք.
ա) 60-ը 10%-ով, բ) 80-ը 25%-ով,
գ) 40-ը 50%-ով, դ) 425-ը 4%-ով:
131. Փոքրացրե՛ք.
ա) 60-ը 10%-ով, բ) 80-ը 25%-ով,
գ) 90-ը 50%-ով, դ) 125-ը 20%-ով:
132. ա) 80 թիվը մեծացրե՛ք. 25%-ով, 30%-ով, 65%-ով, 80%-ով:
բ) 60 թիվը փոքրացրե՛ք. 15%-ով, 20%-ով, 25%-ով, 75%-ով:
133. Միսը եփելիս կորցնում է իր զանգվածի 40%-ը:
ա) Ինչքա՞ն եփած միս կստացվի 6 կգ թարմ մսից:
բ) Ինչքա՞ն թարմ միս պետք է եփել, որ ստացվի 6 կգ եփած միս:
134. Ակցիայի արդյունքում ապրանքների գներն իջել են 20%-ով: Ինչքա՞ն պետք է վճարել վերնաշապիկի համար, եթե նրա սկզբնական գինը 8000 դրամ էր:
135. Ծրագրավորողի աշխատավարձը բարձրացել է 15%-ով: Ինչքա՞ն է նոր աշխատավարձը, եթե մինչև բարձրացումը 300 000 դրամ էր:
136. 4 տաբատը 8%-ով էժան է մեկ վերակուից: Քանի՞ տոկոսով է թանկ 5 տաբատը մեկ վերակուից:
137. 3 կգ խնձորը թանկ է 1 կգ անանասից 11%-ով: Քանի տոկոսով է 4 կգ խնձորը թանկ 1 կգ անանասից:
138. Գրքի էջերի քանակի 1%-ը 4 է: Դավիթը կարդացել է այդ գրքի 30%-ը: Քանի՞ էջ է մնացել կարդալու Դավիթին:
139. Մեկը իր ունեցած գումարից 4000 դրամ նվիրաբերց մանուկների ֆոնդին: Ինչքա՞ն գումար ուներ այդ մարդը, եթե նվիրել է իր ունեցածի 2%-ը:
140. Գտեք այն թիվը, որի 25%-ը հավասար է 640-ի 45%-ին:
141. Նորածնի քաշը 3 կգ էր: Մեկ ամիս հետո նա կշռում էր 4 կգ 200գ: Քանի՞ տոկոսով է ավելացել նրա քաշը:
142. Բարձրագույն կրթություն ունեցողների միջին աշխատավարձը 225000 դրամ է, չունեցողներինը՝ 150 000 դրամ: Քանի՞ տոկոսով

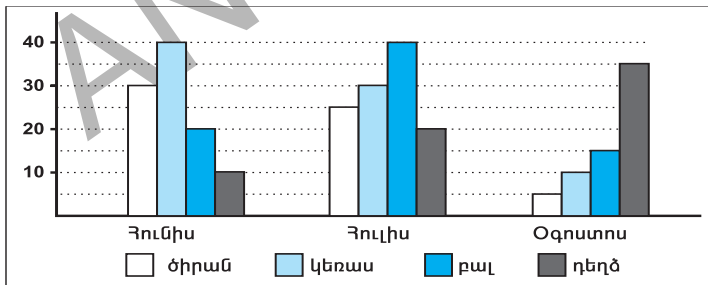
է բարձրագույն կրթություն ունեցողների միջին աշխատավարձը ավելի բարձրագույն կրթություն չունեցողների միջին աշխատավարձից:

- 143. Տունը վերանորոգելու համար գնել են 360 000 դրամի շինանյութ, որը վերանորոգման գումարի 30 տոկոսն է: Ինչքա՞ն գումար է ծախսվել տան վերանորոգման համար:

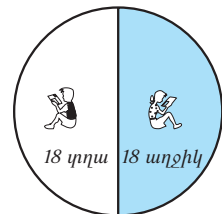
1.8. ՍՅՈՒՆԱԿԱՅԻՆ ԵՎ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ԴԻԱԳՐԱՄՆԵՐ

Հաճախ համեմատականություններ ուսումնասիրելիս օգտագործում են **սյունակային դիագրամներ**: Իրանք հարմար են չափումների, սոցիալական հարցումների և այլ ճանապարհներով ստացված տվյալների համեմատության միջոցով ցույց տալու, թե ժամանակից կախված ինչպես են փոփոխվում մեզ հետաքրքրող երևույթները:

Օրինակ: Ստորև բերված սյունակային դիագրամում ցույց է տրված, թե գյուղի այգիներում քանի տոննա միրգ է հավաքվել ամառվա ամիսների ընթացքում: Ելնելով դիագրամի տվյալներից՝ կարող ենք հեշտությամբ գտնել մեզ հետաքրքրող շատ հարցերի պատասխանները, ինչպես, օրինակ, քանի՞ տոննա միրգ է հավաքվել օգոստոսին, որքա՞ն բալ է հավաքվել ողջ ամառվա ընթացքում, ընդամենը որքա՞ն միրգ է հավաքվել ամռանը, ո՞ր ամսին է ամենաշատ միրգը հավաքվել և այլն:

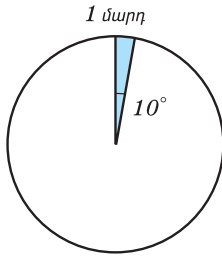


Ամբողջի և նրա մասերի հարաբերություններն ակնառու են դառնում, երբ օգտվում են շրջանային դիագրամներից: Օրինակ, եթե հայտնի է, որ 5-րդ դասարանում սովորում են 18 աղջիկ և 18 տղա, ապա դասարանի բոլոր աշակերտներին կարելի է համապատասխանեցնել ամբողջ շրջանը, իսկ տղաներին և աղջիկներին՝ այդ շրջանի կեսերը (նկար 5): Ամեն մի տղայի և ամեն աղջկա դիագրամում կհամապատասխանի՝ շրջանի կենտրոնը որպես գագաթ ունեցող անկյուն (կենտրոնական անկյուն), որի մեծությունը

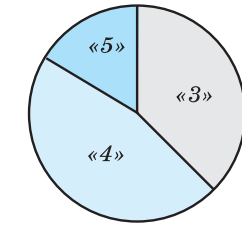
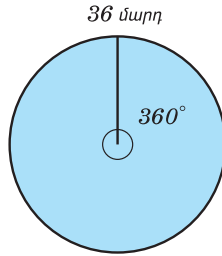


Նկար 5

կլիների $180 : 18 = 10^\circ$, իսկ դասարանի բոլոր աշակերտներին՝ 360° -ի լրիվ անկյունը (նկար 6):



Նկար 6



Նկար 7

Շրջանային դիագրամի միջոցով ցույց տանք մաթեմատիկայի ստուգողական աշխատանքի արդյունքները 6-րդ դասարանում.

Դասարանի 30 աշակերտներից «5» ստացել է 4 հոգի, «4»՝ 14 հոգի, «3»՝ 12 հոգի: Բոլոր 30 աշակերտներին համապատասխանեցնելով 360° -ի մեծությամբ լրիվ անկյունը՝ ամեն մի աշակերտի համար կստանանք $360^\circ : 30 = 12^\circ$ -ի կենտրոնական անկյուն, «5» ստացողներին կհամապատասխանի $4 \cdot 12^\circ = 48^\circ$ -ի կենտրոնական անկյուն, «4» ստացողներին՝ $14 \cdot 12^\circ = 168^\circ$ -ի, «3» ստացողներին՝ $12 \cdot 12^\circ = 144^\circ$ -ի կենտրոնական անկյուն (նկար 7):

Երբեմն շրջանային դիագրամում նշում են ոչ թե մեծությունների արժեքները, այլ թե դրանք ամբողջի որ տոկոսն են: Օրինակ՝ նկար 8-ի դիագրամում ներկայացված է Ն քաղաքի բնակիչների մասնակցությունը քաղաքապետի ընտրություններին. ընտրելու իրավունք ունեցողների 80%-ը մասնակցել է ընտրություններին, 20%-ը՝ ոչ: Դիագրամը կազմելու համար հարկավոր է որոշել ընտրողների 20%-ին համապատասխանող կենտրոնական անկյունը.

$$360^\circ : 100 \cdot 20 = 72^\circ:$$

144. Աղյուսակում ներկայացված են 2016 թվականի մաթեմատիկայի միջազգային օլիմպիադայի արդյունքները:

Երկիր/մեդալ	Ոսկի	Արծաթ	Բրոնզ
Հայաստան	-	1	4
Ադրբեջան	-	-	1
Վրաստան	-	-	1
Իրան	-	3	3
Թուրքիա	-	2	4
Ռուսաստան	4	1	1

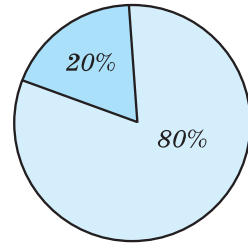
Կազմեք այդ աղյուսակին համապատասխանող սյունակային դիագրամ:

145. Սյունակային դիագրամում (նկար 9) ներկայացված է լայնաշերտ ինտերնետ հասանելիությամբ բաժանորդների քանակը 2008-2015 թվականներին: Օգտվելով այդ դիագրամից՝ պատասխանեք հետևյալ հարցերին.

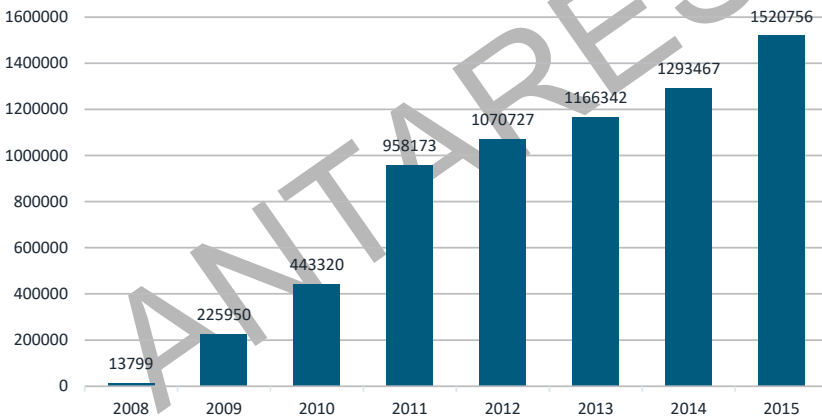
ա) Քանի՞ բաժանորդ էր օգտվում լայնաշերտ ինտերնետից 2010 թվականին:

բ) Քանի՞ բաժանորդով է աճել լայնաշերտ ինտերնետից օգտվողների քանակը 2008-2011 թվականների ընթացքում:

գ) Նախորդ տարվա հետ համեմատած ո՞ր թվականին է եղել լայնաշերտ ինտերնետից օգտվող բաժանորդների ամենամեծ աճը:



Նկար 8



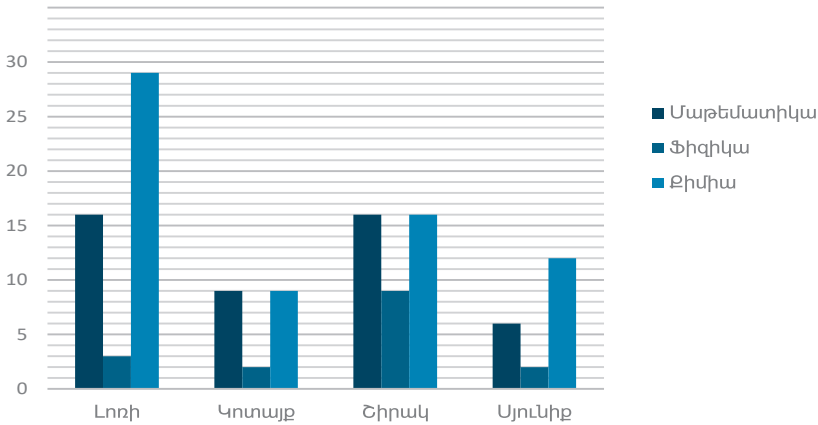
Նկար 9

146. Սյունակային դիագրամում (նկար 10) ներկայացված է 2018-2019 ուսումնական տարվա առարկայական օլիմպիադաների մարզային փուլերի մասնակիցների քանակը ըստ մարզերի: Օգտվելով այդ դիագրամից՝ պատասխանեք հետևյալ հարցերին.

ա) Քիմիայի օլիմպիադայի Լոռու մարզի մասնակիցները ինչքանով են ավելի ֆիզիկայի օլիմպիադայի նույն մարզի մասնակիցներից:

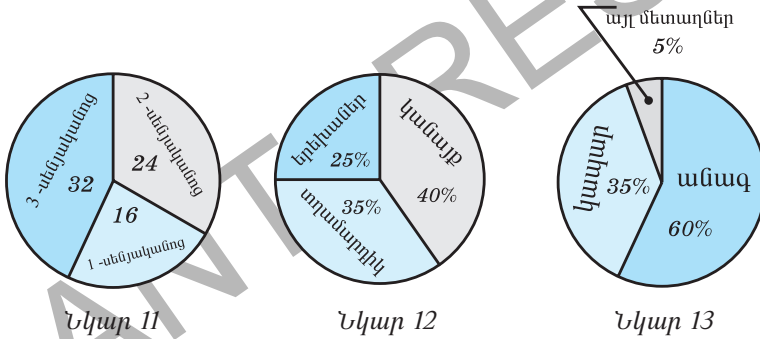
բ) Քանի՞ աշակերտ է մասնակցել Շիրակի մարզից մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի և քիմիայի օլիմպիադաներին միասին:

գ) Ամենաշատը ո՞ր մարզից և քանի՞ հոգի են մասնակցել ֆիզիկայի օլիմպիադայի հանրապետական փուլին:



Նկար 10

147. Քանի՞ աստիճան է փոփոխված անկյունը: Քանի՞ աստիճան է լրիվ անկյունը:



148. Օգտվելով նկար 11-ի դիագրամից՝ ասացե՛ք, քանի՞ մեկ, քանի՞ երկու և քանի՞ երեքսեյականոց բնակարան կա շենքում:

149. Նկար 12-ի շրջանային դիագրամում տրված է N քաղաքի բնակչության տոկոսային կազմությունը: Քանի՞ տղամարդ, քանի՞ կին և քանի՞ երեխա է ապրում այդ քաղաքում, եթե ընդամենը այնտեղ ապրում է 48 հազար մարդ:

150. Նկար 13-ի շրջանային դիագրամը ցույց է տալիս մետաղների տոկոսային պարունակությունը մի ձուլվածքում: Քանի՞ գրամ անագ, քանի՞ գրամ կապար և քանի՞ գրամ այլ մետաղներ է պարունակում 200 գ այդպիսի ձուլվածքը:

151. Կառուցե՛ք 30-հոգանոց դասարանի հայոց լեզվից ստուգողական աշխատանքի արդյունքների շրջանային դիագրամ, եթե 3 հոգի ստացել են «5», 12-ը՝ «4», 15-ը՝ «3»:

152. Կառուցե՛ք «Իմ օրվա ռեժիմը» շրջանային դիագրամը:

1.9. ՏՐՎԱԾ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԻՆ ԲԱՎԱՐԱՐՈՂ ԻՐԱՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ԵԼՔԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ՀԱՇՎՈՒՄ

Դիտարկենք խնդիրներ, որոնցում անհրաժեշտ է լինում հատ–հատ դիտարկել բոլոր հնարավոր տարբերակները կամ հաշվել նրանց քանակը:

Խնդիր 1: Գրե՛ք բոլոր եռանիշ թվերը, որոնց գրելաձևում օգտագործվում են 1, 2, 3 թվանշաններն առանց կրկնության:

Լուծում: Խնդրին բավարարող բոլոր թվերը գրենք աճման կարգով.
123, 132, 213, 231, 312, 321:

Խնդիր 2: Քանի՞ երկնիշ թիվ կարելի է գրել՝ օգտագործելով միայն 1, 2, 3 թվանշանները:

Լուծում: Ի տարբերություն նախորդ խնդրի՝ այստեղ կարելի է թվանշանները կրկնել: Հարցին պատասխանելու համար կարելի է բոլոր երկնիշ թվերի ցուցակից դուրս գրել խնդրի պայմանների բավարարողները և հաշվել դրանց քանակը:

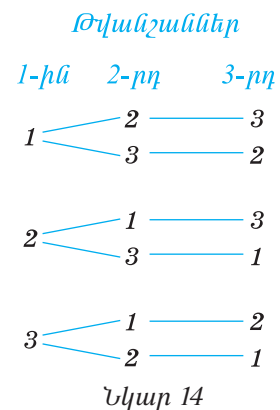
Սակայն խնդիրը կարելի է լուծել նաև հետևյալ դատողություններով. երկնիշ թվի առաջին թվանշանը կարող է լինել երեք թվանշաններից մեկը՝ 1, 2 կամ 3:

Հնարավոր երեք դեպքից յուրաքանչյուրում երկրորդ թվանշանը կարող է լինել 1, 2, 3 թվանշաններից որևէ մեկը: Ուրեմն, առաջին թվանշանի երեք դեպքից ամեն մեկը ունի երեք ելք (տարբերակ, շարունակություն) երկրորդ թվանշանի համար: Այսպիսով՝ 1, 2, 3 թվանշաններով կարելի է գրել $3 \cdot 3 = 9$ երկնիշ թիվ:

Պարասխան՝ 9:

Նման եղանակով համոզվենք, որ խնդիր 1-ում կարելի է կազմել միայն 6 թիվ: Հիշենք որ պետք է գրել եռանիշ թվեր և դրանցից յուրաքանչյուրում արգելվում է կրկնել թվանշանները: Պարզ է, որ եռանիշ թվի առաջին թվանշանը կարող է լինել 1, 2, 3 թվանշաններից ցանկացածը (3 հնարավորություն): Այդ 3 դեպքերից ամեն մեկում երկրորդ թվանշանը կարող է լինել մյուս երկու թվանշաններից որևէ մեկը (2 հնարավորություն): Այդ $3 \cdot 2 = 6$ դեպքերից ամեն մեկում երրորդ թվանշանի համար մնում է 1 հնարավորություն՝ չօգտագործված վերջին թվանշանը: Ուրեմն, հնարավոր է գրել միայն 6 եռանիշ թիվ (տե՛ս նկար 14):

Խնդիր 3: Շրջանագծի վրա նշված են իրարից տարբեր 5 կետ՝ A, B, C, D, E: Դրանցից ամեն մեկը



միացրած է մնացածներից յուրաքանչյուրի հետ: Քանի՞ հատված է ստացվել:

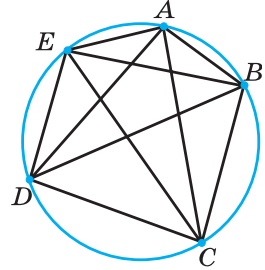
Լուծում: Նկար 15-ում հատվածներն ուղղակի կարելի է հաշվել՝ 10-ն են: Բայց կետերի մեծ քանակության դեպքում այդ եղանակով հաշվելը դժվար կլինի:

Խնդիրը լուծենք այլ եղանակով, որը հարմար է նաև շատ կետերի դեպքում: A կետից դուրս է գալիս 4 հատված՝ AB, AC, AD, AE: B կետից նույնպես 4 հատված է դուրս գալիս՝ BA, BC, BD, BE:

Եվ այդպես, յուրաքանչյուր կետից դուրս է գալիս 4 հատված: Բայց եթե բազմապատկենք կետերի քանակը նրանցից դուրս եկող հատվածների քանակով՝ $4 \cdot 5$, ապա կստանանք իրական քանակից 2 անգամ շատ, քանի որ այդ քանակի մեջ յուրաքանչյուր հատված հաշվված է 2 անգամ (օրինակ AB-ն հաշվված է և՛ A կետից դուրս եկածների, և՛ B-ից դուրս եկածների մեջ): Ուրեմն, հատվածները $\frac{4 \cdot 5}{2} = 10$ հատ են:

Լուծման ուրիշ մի տարբերակ էլ կարելի է առաջարկել: A կետից դուրս է գալիս 4 հատված՝ AB, AC, AD, AE: B կետից նույնպես 4 հատված է դուրս գալիս՝ BA, BC, BD, BE, բայց դրանցից BA-ն նույն AB-ն է: Ուրեմն, նոր հատվածները 3 են: C-ից դուրս եկող 4 հատվածներից միայն 2-ն են նոր, մյուս երկուսը արդեն կան A-ից ու B-ից դուրս եկողների մեջ: Վերջապես, D-ից դուրս եկող 4 հատվածներից միայն 1-ն է նոր: Ուրեմն, հատվածների քանակը $4+3+2+1 = 10$ է:

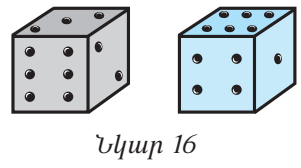
Պատասխան՝ 10 հատված:



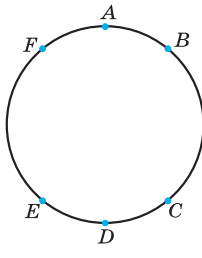
Նկար 15

153. Գրե՛ք բոլոր երկնիշ թվերը, որոնք գրվում են.
 ա) 1, 3, 9 թվանշաններով, առանց նիշերը կրկնելու,
 բ) 1, 3, 9 թվանշաններով, եթե նիշերը կարելի է կրկնել,
 գ) 2, 4, 6 թվանշաններով, առանց նիշերը կրկնելու,
 դ) 2, 4, 6 թվանշաններով, եթե նիշերը կարելի է կրկնել:
154. Գրե՛ք բոլոր երկնիշ թվերը, որոնք գրվում են 0, 1, 5 թվանշաններով, եթե.
 ա) նիշերը չի կարելի կրկնել, բ) նիշերը կարելի է կրկնել:
155. Քանի՞ երկնիշ թիվ կարելի է գրել 9, 8, 7 թվանշաններով, եթե.
 ա) նիշերը չի կարելի կրկնել, բ) նիշերը կարելի է կրկնել:

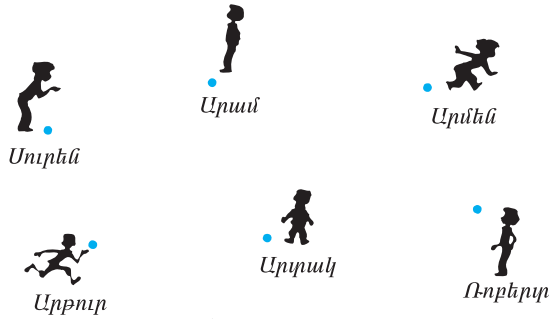
- 156.** Քանի՞ երկնիշ թիվ կարելի է գրել 0, 2, 4, 6 թվանշաններով, եթե.
 ա) նիշերը չի կարելի կրկնել, բ) նիշերը կարելի է կրկնել:
- 157.** Չորս ընկերուհի կինոյի չորս տոմս գնեց: Քանի՞ տարբեր եղանակներով կարող են նրանք զբաղեցնել իրենց տեղերը կինոսրահում:
- 158.** Քանի՞ երկնիշ, քանի՞ եռանիշ, քանի՞ քառանիշ թիվ կարելի է գրել 1, 2, 3, 4, 5 թվանշաններով, եթե նիշերը չի կարելի կրկնել:
- 159.** Քանի՞ երկնիշ, քանի՞ եռանիշ, քանի՞ քառանիշ թիվ կարելի է գրել 1, 2, 3, 4, 5 թվանշաններով, եթե նիշերը կարելի է կրկնել:
- 160.** ա) Բոլոր քառանիշ թվերը, որ կարելի է կազմել 1, 2, 3, 4 թվանշաններով, չկրկնելով նիշերը՝ համարակալել են աճման կարգով: Ո՞ր համարն է 4312 թիվը:
 բ) Բոլոր հնգանիշ թվերը, որ կարելի է կազմել 1, 2, 3, 4, 5 թվանշաններով, չկրկնելով նիշերը՝ համարակալել են աճման կարգով: Ո՞ր համարն է 54312 թիվը:
 գ) Բոլոր հնգանիշ թվերը, որ կարելի է կազմել 1, 2, 3, 4, 5 թվանշաններով, չկրկնելով նիշերը՝ դուրս են գրել աճման կարգով: Քանի՞ թիվ կա այդ ցուցակում: Ո՞րերորդը կլինի այդ ցուցակում 54321 թիվը:
- 161.** Կլոր սեղանի շուրջը դրված է 4 աթոռ: Քանի՞ եղանակով կարելի է նստեցնել այդ աթոռներին. ա) չորս երեխայի, բ) երեք երեխայի, գ) երկու երեխայի:
- 162.** Մի տղայի և երկու աղջկա պետք է նստեցնել կլոր սեղանի շուրջը դրված չորս աթոռներին այնպես, որպեսզի աղջիկները չհայտնվեն կողք կողքի: Քանի՞ եղանակով դա կարելի է անել:
- 163.** Երկու տղայի և երկու աղջկա պետք է նստեցնել կլոր սեղանի շուրջը դրված չորս աթոռներին այնպես, որ աղջիկները չհայտնվեն կողք կողքի: Քանի՞ եղանակով դա կարելի է անել:
- 164.** Նետեցին երկու զառ: Առաջին զառի արդյունքը 3 էր, երկրորդինը՝ 6 (նկար 16): Քանի՞ տարբեր հնարավորություն կա, որոնցում զառերի արդյունքների գումարը 9 է: Գտեք նաև երկու զառը նետելիս արդյունքների գումարը 11, 12 ստացվելու տարբեր հնարավորությունների քանակները:



- 165.** ա) Շրջանագծի վրա նշել են 6 կետ (նկար 17): Քանի՞ հատված կստացվի, եթե ամեն կետ միացվի մնացածներից յուրաքանչյուրի հետ:
 բ) Հանդիպեցին 6 ընկեր (նկար 18): Բոլորը ձեռքով բարևեցին միմյանց: Քանի՞ ձեռքսեղմում կատարվեց:



Նկար 17



Նկար 18

166. Ութ ընկեր որոշեցին շախմատի մրցում անցկացնել այնպես, որ ամեն մեկը մեկ պարտիա խաղա մնացածներից յուրաքանչյուրի հետ: Քանի՞ պարտիա կխաղացվի:

1.10. ՊԵՏԱՀՈՒՅԹԻ ՀՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Առօրյա խոսակցությունների և գրույցների ժամանակ հաճախ ենք լսում. «դա միանգամայն հավանական է», կամ «դա քիչ է հավանական», կամ «դա անհավանական է»: Այս և այլ արտահայտություններում հանդիպում է «հավանական» բառը: Ի՞նչ է նշանակում հավանականություն:

Օրինակ 1: Ենթադրենք սեղանին մետաղադրամ են նետում: Արդյունքում հանդես կգա նկար 19-ում ցույց տրված պատահույթներից մեկնումեկը:

Պետք է ենթադրել, որ մետաղադրամը կատարյալ է՝ ունի միանգամայն կանոնական ձև, պատրաստված է համասեռ մետաղից: Այդ դեպքում Թ (թիվ) և Զ (զինանշան) պատահույթները հավասարահնարավոր կլինեն, և նրանցից մեկը անպայմանորեն կկայանա: Ընդունված է ասել, որ Թ պատահույթին մեկ ելք է նպաստում, Զ պատահույթին նույնպես մեկ ելք է նպաստում, իսկ հնարավոր ելքերը երկուսն են: Թ պատահույթի հավանականությունը որոշվում է որպես Թ պատահույթին նպաստող ելքերի քանակի հարաբերություն բոլոր հավասարահնարավոր ելքերի քանակին, որոնցից մեկն անպայմանորեն կկայանա:

Այսպիսով՝ Թ պատահույթի հավանականությունը $\frac{1}{2}$ է:

Ակնհայտ է, որ օրինակ 1-ում Զ պատահույթի հավանականությունը նույնպես $\frac{1}{2}$ է:



Թ պատահույթ
«հանդես է եկել թիվ»



Զ պատահույթ
«հանդես է եկել զինանշան»

Նկար 19

«Մետաղադրամը կանգնել է կողքի վրա» դեպքը համարվում է անհնարին և հաշվի չի առնվում:

Ընդհանրապես






A պատահույթին նպաստող ելքերի քանակի հարաբերությունը բոլոր հավասարահնարավոր ելքերի քանակին, որոնցից մեկն անպայմանորեն կկայանա, անվանում են A պատահույթի հավանականություն:

Օրինակ 2: Ենթադրենք սեղանին գառ են նետում (որն ունի խորանարդի ձև): Համարենք, որ գառը կատարյալ է, այսինքն՝ մեծ թվով նետումների արդյունքում ոչ մի թիվ մյուսներից հաճախ չի հանդես գալիս: Մեկ նետման արդյունքում հնարավոր է 6 ելք՝ 1-ի, 2-ի, 3-ի, 4-ի, 5-ի, 6-ի հանդես գալը: Այդ ելքերը հավասարահնարավոր են, և յուրաքանչյուր նետման արդյունքում նրանցից մեկը անպայմանորեն կկայանա:






Մեկ նետման արդյունքում զույգ թիվ ստացվելու պատահույթը նշանակենք C, իսկ 3-ի բազմապատիկ հանդես գալու պատահույթը՝ B: C պատահույթին նպաստում էին երեք ելք՝ 2-ը, 4-ը և 6-ը, B պատահույթին՝ երկու ելք՝ 3-ը և 6-ը: C պատահույթի հավանականությունը հավասար է նրան նպաստող ելքերի քանակի (3-ի) հարաբերությանը բոլոր հավասարահնարավոր ելքերի քանակին (6-ին): Այսպիսով՝ C պատահույթի հավանականությունը $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ է: Նման ձևով կստանանք, որ B պատահույթի հավանականությունը $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ է:





Օրինակ 3: Երկու ընկեր մեկ զույգ գառ են նետում: Նետման արդյունքում ստացված թվերի գումարը 8 լինելու դեպքում առաջին ընկերը ստանում է 1 բալ, 9-ը լինելու դեպքում՝ 1 բալ տրվում է երկրորդին: Խաղացողների՝ բալ ստանալու շանսերը հավասար են:

Լուծում: Դիտարկենք գումարում 8 տվող բոլոր հնարավոր ելքերը և գումարում 9 տվող բոլոր հնարավոր ելքերը:





A պարահույք 1)  2)  3)  4)  5) 

«գումարը հավասար է 8-ի»

B պարահույք 1)  2)  3)  4) 

«գումարը հավասար է 9-ի»

Նկար 20

Նկար 20-ի A և B պատահույթներից յուրաքանչյուրի համար հաշվենք նպաստող ելքերի քանակը: A պատահույթն ունի 5 նպաստող ելք, B-ն՝ 4: A-ի և B-ի հավանականությունները հաշվելու համար մնում է գտնել զույգ զառի նետման բոլոր հավասարահնարավոր ելքերի քանակը, որոնցից մեկն անպայմանորեն կկայանա: Առաջին զառի վրա հանդես կգա 6 թվերից մեկը: Դրանցից ամեն մեկի դեպքում երկրորդ զառի վրա հանդես կգա 6 թվերից մեկը, և բոլոր ելքերի քանակը կլինի $6 \cdot 6 = 36$:

A պատահույթի հավանականությունը կլինի $\frac{5}{36}$, B-ինը՝ $\frac{4}{36}$: Քանի որ $\frac{5}{36} > \frac{4}{36}$, ուրեմն A-ի և B-ի հավանականությունները հավասար չեն, և խաղացողների՝ բալ վաստակելու շանսերը հավասար չեն:

167. Նետում են զառ: Հաշվե՛ք պատահույթի հավանականությունը.

- ա) «հանդես կգա 5 թիվը»,
- բ) «հանդես կգա զույգ թիվ»,
- գ) «հանդես կգա կենտ թիվ»,
- դ) «հանդես կգա 3-ի բաժանվող թիվ»:

168. *Դպրատների խնդիրներից:* ա) Մետաղադրամը նետել են երկու անգամ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունը, որ գոնե մեկ անգամ կընկնի (հանդես կգա) գինանշան:

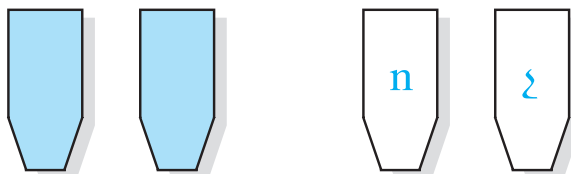
բ) Մետաղադրամը նետել են երեք անգամ: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ առնվազն մեկ անգամ թիվ կընկնի:

169. 2 սև և 5 սպիտակ գնդակ պարունակող արկղից պատահականորեն հանվել է 1 գնդակ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունը, որ հանվել է.

ա) սև գնդակ, բ) սպիտակ գնդակ:

170. Մետաղադրամը նետեք 50 անգամ՝ ամեն անգամ գրանցելով արդյունքը: Քանի՞ անգամ գինանշան ընկավ:

171. Արտաքնապես միմյանցից չտարբերվող երկու քարտերից մեկի վրա գրել են «ո» տառը, մյուսի վրա՝ «չ»: Այնուհետև այդ քարտերը իրար կողքի պատահական դասավորությամբ դրել են սեղանին՝ տառերը դեպի ներքև (նկար 21, ա): Ինչի՞ է հավասար հավանականությունը, որ քարտերն իրենց տեղերում շրջելուց հետո կստացվի «ոչ» բառը (նկար 21, բ):



ա)

Նկար 21

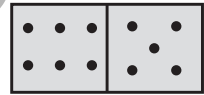
բ)

172. Երեք քարտերի վրա գրել են «յ», «ա», «ո» տառերը (ամեն քարտի վրա մեկ տառ): Այնուհետև այդ քարտերը իրար կողքի պատահական դասավորությամբ շարել են սեղանին՝ տառերը ներքև: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ քարտերը շրջելուց հետո կստացվի «այո» բառը:
173. Չորս քարտերի վրա գրել են «ե», «ա», «վ», «հ» տառերը: Այնուհետև այդ քարտերը պատահական դասավորությամբ կողք կողքի շարել են սեղանին՝ տառերը դեպի ներքև: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ քարտերը շրջելուց հետո կստացվի «Վահե» բառը:
174. Չորս քարտերի վրա գրեցին «ա», «թ», «ա», «գ» տառերը և քարտերը պատահական հերթականությամբ շարեցին սեղանին: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ քարտերը շրջելուց հետո կստացվի «գաթա» բառը:
175. Հայտնի է, որ եկող շաբաթ լինելու է 2 արևոտ և 5 ամպամած օր: Ո՞ր պատահույթն է հավանական. «կիրակին կլինի արևոտ օր», թե՞ «կիրակին կլինի ամպամած օր»:
176. Դոմինոյի 28 քարերից պատահականորեն վերցնում են մեկը (նկար 22-ում պատկերված է քարերից մեկը, որի միավորների գումարը 11 է): Որքա՞ն է հավանականությունը, որ վերցված քարի միավորների գումարը լինի.
ա) 0, բ) 2, գ) 6, դ) 10:
177. Նետում են երկու գառ: Որքա՞ն է հետևյալ պատահույթի հավանականությունը.
ա) «միավորների գումարը 2 է», բ) «միավորների գումարը 10 է»,
գ) «միավորների գումարը 12 է», դ) «միավորների գումարը 13 է»:
178. Ավտոբուսի առաջին շարքում միայն երեք տեղ կա: Այդ տեղերը գբաղեցրին երկու տղամարդ և մեկ կին: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ տղամարդիկ նստած լինեն կողք կողքի:
179. Նետում են երկու մետաղադրամ (նկար 19-ում ցույց է տրված մեկ մետաղադրամի նետման երկու (Թ և Զ) արդյունքները: Եթե երկուսն էլ Զ ստացվեն, ապա հաղթում է առաջին մասնակիցը, իսկ եթե մեկը Թ լինի, մյուսը՝ Զ, ապա հաղթում է երկրորդը: Որի՞ հաղթելու հավանականությունն է մեծ:
180. Նետում են երկու գառ: Եթե միավորների գումարը 11 է, հաղթում է առաջին մասնակիցը, եթե 12 է՝ հաղթում է երկրորդը: Որի՞ հաղթելու հավանականությունն է մեծ:
181. Հնարե՛ք հաղթելու հավասար հնարավորությամբ, հաղթելու տարբեր հնարավորությամբ խաղ.
ա) երկու գառով, բ) երկու մետաղադրամով:
182. Արտաշեսը մի թիվ է մտապահել, որը գրվում է 1, 2, 3, 4, 5 թվանշանների միջոցով՝ առանց կրկնության: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ Գրիգորը առաջին անգամից կկռահի այդ թիվը, եթե նա գիտի, որ այն.
ա) երկնիշ է, բ) եռանիշ է, գ) քառանիշ է:

- 183.** Դավիթը մի թիվ է մտապահել, որը գրվում է առանց 0 թվանշանի և առանց թվանշանների կրկնության: Արամը ձգտում է կռահել այդ թիվը: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ Արամը առաջին անգամից կկռահի, եթե նա գիտի, որ այդ թիվը.
- ա) երկնիշ է, բ) եռանիշ է, գ) քառանիշ է:

1.11. ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿ

Երկար ժամանակ թիվ ասելով հասկացվում էր միայն բնական թիվ (միավորների հավաքածու), որ ստացվում է հաշվելու (համրելու) արդյունքում: Հարաբերությունը, որպես մի թվի բաժանման արդյունք մի այլ թվի վրա, թիվ չէր համարվում: Թվի նկատմամբ նոր մոտեցումն առաջին անգամ հանդիպում ենք անգլիացի գիտնական Իսահակ Նյուտոնի (1643–1727) «Համընդհանուր թվաբանություն» աշխատությունում: Նյուտոնը գրել է. «Թիվ ասելով մենք հասկանում ենք ոչ այնքան միավորների բազմություն (հավաքածու), որքան ինչոր վերացական մեծության հարաբերություն նրա հետ համասեռ որոշակի մեծությանը, որը մենք ընդունում ենք որպես միավոր»:



Նկար 22

«Համեմատություն» բառը առաջացել է լատիներեն «proportio» բառից, որը նշանակում է համամասնություն, որոշակի հարաբերակցություն մասերի միջև: Համեմատությունների մասին ուսմունքը շատ հարգի էր պյութագորասականների մոտ: Համեմատությունների հետ նրանք կապում էին բնության կարգի ու գեղեցկության, երաժշտության համահունչ ակորդների և տիեզերքի հարմոնիայի մասին մտքերը: Էվկլիդեսի (մ.թ.ա. III դար) հռչակավոր «Մկզբունքների» VII գրքում շարադրված է հարաբերությունների և համեմատությունների տեսությունը:

Ժամանակակից գրառումով $a : b = c : d$ տեսքով գրվող համեմատությունից Էվկլիդեսն արտածում է ածանցյալ համեմատություններ (երբ $a \neq b, c \neq d$).

$$\begin{aligned} b : a &= d : c, & (a+b) : b &= (c+d) : d, \\ a : c &= b : d, & (a-b) : b &= (c-d) : d, \end{aligned}$$

և ապացուցում համեմատության հիմնական հատկությունը:

Համեմատությունը գրելու մեզ հայտնի եղանակը երևան է եկել ոչ միանգամից: Դեռևս XVII դարում ֆրանսիացի գիտնական Ռ. Դեկարտը (1596–1650) $7 : 12 = 84 : 144$ համեմատությունը գրում էր այսպես՝ $|7|12|84|144|$:

Բաժանման և հավասարման նշանների միջոցով համեմատության ժամանակակից գրառումը 1693 թվականին մտցրել է գերմանացի գիտնական Գ. Վ. Լայբնիցը (1646–1716):

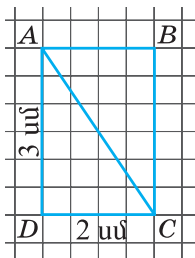
Դեռ հին ժամանակներում ընդունված էր պարտքով գումար տալը: Ժամանակը լրանալուց հետո պարտքը վերադարձվում էր: Բացի դրանից՝ ուրիշի դրամական միջոցները օգտագործելու դիմաց պարտապանը վերցրած յուրաքանչյուր 100 դրամական միավորի համար վճարում էր նախապես պայմանավորված գումար: Այդ գումարը լատիներենում կոչվում էր «pro cento», այսինքն մաս հարյուրից: Այդպես առաջացել է «պրոցենտ» (տոկոս) տերմինը: Ժամանակի ընթացքում փոխառության հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրներն այնքան կարևորացան, որ դրանք սկսեցին մտցնել թվաբանության դասագրքերի մեջ. cento բառն էլ գրում էին այսպես՝ «c»: Ասում են՝ իբր մի անգամ տպարանի գրաշարը այդ նշանի փոխարեն սխալմամբ հավաքել էր % նշանը, որն այժմ օգտագործվում է:

Պ. Ֆերմայի (1601–1665), Բ. Պասկալի (1623–1662) և XVII դարի ուրիշ մաթեմատիկոսների աշխատանքները հիմք դարձան մի նոր մաթեմատիկական տեսության, որն անվանվեց հավանականությունների տեսություն: XIX դարի երկրորդ կեսում հավանականությունների տեսության մեջ հիմնարար ներդրում մտցրին ռուս գիտնականներ Պ. Լ. Չերիշևը (1821–1894), Ա. Ա. Մարկովը (1856–1922) և ուրիշներ:

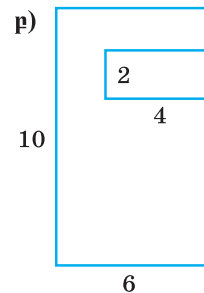
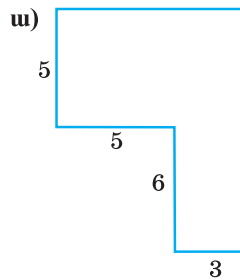
1.12. ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ ԽՆԳԻՐՆԵՐ

- 184.** Ըձակն աստիճանաբար ծածկվում է ջրաշուշաններով, ընդ որում ջրաշուշաններով զբաղված մակերեսը յուրաքանչյուր շաբաթում կրկնապատկվում է: Քանի՞ շաբաթում է լճակի կեսը ծածկվել ջրաշուշաններով, եթե ամբողջ լճակը 8 շաբաթում է ծածկվել:
- 185.** Մանրէների մի տեսակ բազմանում է բաժանվելով. ամեն մի մանրէ յուրաքանչյուր րոպեում վեր է ածվում երկու մանրէի: Բոլոր մանրէներն ունեն նույն չափերը: Երբ դատարկ բաժակի մեջ դնում ենք 1 մանրէ, ապա 1 ժամում բաժակը լցվում է մանրէներով: Որքա՞ն ժամանակում բաժակը կլցվի, եթե նրա մեջ սկզբում 2 մանրէ դնենք:
- 186.** 3 հավը 3 օրում 3 ձու է ածում: 12 հավը 12 օրում քանի՞ ձու կածի:
- 187.** 100 երաշտահավը 100 օրում ուտում է 100 կգ հացահատիկ: 10 երաշտահավը 10 օրում քանի՞ կգ հացահատիկ կուտի:
- 188.** 3 ներկարարը 5 օրում կարող է 60 պատուհան ներկել:
 ա) Քանի՞ պատուհան կներկի 5 ներկարարը 4 օրում:
 բ) Քանի՞ օրում երկու ներկարարը կներկի 48 պատուհան:

- 189.** *Հին խնդիր:* 2 հողափոր 2 ժամում փորում է 2 մ առու: Քանի՞ հողափոր 5 ժամում կփորի 5 մ առու:
- 190.** *Ի. Նյուտոնի «Համընդհանուր թվաբանությունից»:* Եթե գրագիրը 8 օրում կարող է գրել 15 թերթ, ապա քանի՞ գրագիր կպահանջվի 405 թերթը 9 օրում գրելու համար:
- 191.** *Հին խնդիր:* Արտագրողը 4 օրում կարող է արտագրել 40 թերթ՝ յուրաքանչյուր օր աշխատելով 9 ժամ: Քանի՞ օրում նա կարտագրի 60 թերթ՝ աշխատելով օրական 12 ժամ:
- 192.** *Հին խնդիր:* Մի տնտեսուհու հարցրին. «Ձեր հավերը շա՞տ ձու են ածում»: «Դո՛ւք հաշվեք,– եղավ պատասխանը,– մեկուկես հավը մեկուկես օրում մեկուկես ձու է ածում, իսկ ես ընդամենը 12 հավ ունեմ»: Օրական քանի՞ ձու են ածում հավերը:
- 193.** 100 պայմանական միավոր աշխատավարձը բարձրացավ 10%-ով, ապա նորից 10%-ով: Քանի՞ տոկոսով ավելացավ աշխատավարձը երկու բարձրացումների արդյունքում:
- 194.** 100 պայմանական միավոր ապրանքի գինն իջեցվեց 10%-ով, ապա նորից 10%-ով: Քանի՞ տոկոսով իջավ ապրանքի գինը երկու փոփոխությունների արդյունքում:
- 195.** 100 պայմանական միավոր ապրանքի գինը սկզբում իջեցվեց 10%-ով, ապա բարձրացվեց 10%-ով: Արդյունքում ապրանքի գինն իջա՞վ, թե՞ բարձրացավ: Քանի՞ տոկոսով:
- 196.** 100 պայմանական միավոր ապրանքի գինը նախ բարձրացրին 10%-ով, ապա իջեցրին 10%-ով: Արդյունքում բարձրացա՞վ, թե՞ իջավ ապրանքի գինը: Քանի՞ տոկոսով:
- 197.** Հիշելով, որ հավասար պատկերներն ունեն հավասար մակերեսներ և պատկերի մակերեսը հավասար է իր բաղկացուցիչ մասերի մակերեսների գումարին, հաշվե՛ք մակերեսը (նկար 23):
 ա) ABCD ուղղանկյան, բ) ABC եռանկյան, գ) ADC եռանկյան:



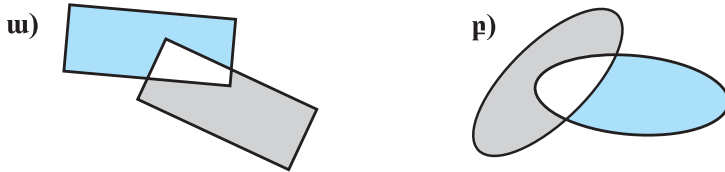
Նկար 23



Նկար 24

- 198.** Նկար 24–ում պատկերված բազմանկյան կողմերը տրված են սանտիմետրերով: Գտե՛ք նրա մակերեսը:

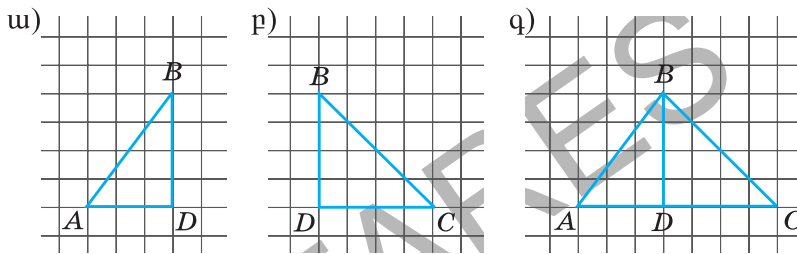
199. Երկու հավասար պատկերներ վրադրել են մեկը մյուսին ինչպես նկար 25-ում: Ապացուցե՛ք, որ ներկած պատկերների մակերեսները հավասար են:



Նկար 25

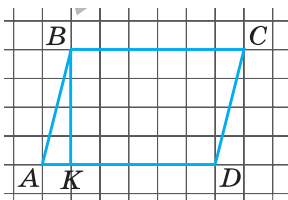
200. Հաշվե՛ք եռանկյան մակերեսը (նկար 26).

ա) ADB, բ) BDC, գ) ABC:

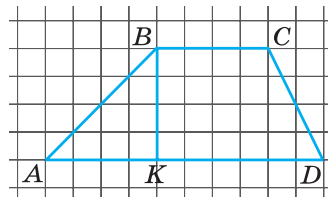


Նկար 26

201. Այն քառանկյունը, որի հանդիպակաց կողմերը զույգ առ զույգ զուգահեռ են, անվանում են զուգահեռագիծ: Հաշվե՛ք նկար 27-ի զուգահեռագծի մակերեսը, եթե $AD=3$ սմ, $BK=2$ սմ:



Նկար 27



Նկար 28

202. Նկար 28-ում պատկերված է սեղան (քառանկյուն, որի երկու կողմեր զուգահեռ են, իսկ մյուս երկուսը՝ ոչ): Հաշվե՛ք նրա մակերեսը, եթե $AD=5$ սմ, $BC=2$ սմ, $BK=2$ սմ:



ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐ

Հիշենք, որ այն թվերը, որոնք օգտագործվում են առարկաների քանակ հաշվելիս, անվանում են բնական թվեր: Ջրոն բնական թիվ չէ: Ջրոն և բնական թվերը, գրված աճման կարգով և առանց բացթողումների, կազմում են ոչ բացասական ամբողջ թվերի շարքը.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... :

Այս գլխում ներմուծվելու են նոր թվեր՝ բացասական ամբողջ թվերը:

2.1. ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐ

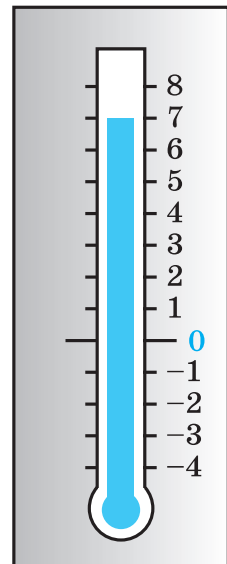
Նկար 29-ում ջերմաչափը ցույց է տալիս 7° տաքություն: Եթե ջերմաստիճանն իջնի, 4° -ով, ապա ջերմաչափը ցույց կտա 3° տաքություն: Ջերմաստիճանի իջեցմանը համապատասխանում է հանման գործողություն.

$$7 - 4 = 3:$$

Եթե ջերմաստիճանն իջնի 7° -ով, ապա ջերմաչափը ցույց կտա 0° .

$$7 - 7 = 0:$$

Իսկ եթե ջերմաստիճանն իջնում է 8° -ով, ապա ջերմաչափը ցույց է տալիս « -1° » (1° ցուրտ): Ինչպես տեսնում ենք, ջերմաստիճանի իջեցման արդյունքն այս անգամ էլ ունի իրական իմաստ (1° ցուրտ) սակայն այն հնարավոր չէ գրել բնական թվերի և 0-ի միջոցով:



Նկար 29

Ոչ բացասական ամբողջ թվերի շարքի օգնությամբ լուսաբանենք հանման գործողությունը:

1) 7 թվից ձախ հաշվելով 4 թիվ՝ կհասնենք 3-ին.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... :

▲
└───┘
-4

$$7-4=3:$$

2) 7 թվից ձախ հաշվելով 7 թիվ՝ կհասնենք 0-ին.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... :

▲
└──────────┘
-7

$$7-7=0:$$

Պարզ է, որ ոչ բացասական ամբողջ թվերի շարքում անհնար է 7 թվից ձախ հաշվել 8 թիվ: $7-8$ գործողությունն իրագործելի դարձնելու նպատակով ոչ բացասական ամբողջ թվերի շարքը ընդլայնենք **նոր թվերով**: Դրա համար ոչ բացասական ամբողջ թվերի շարքին 0 թվից ձախ (աջից ձախ ուղղությամբ) հերթականությամբ կցագրենք բոլոր բնական թվերը, ամեն մեկի դիմաց դնելով «-» նշանը, որը ցույց է տալիս, որ այդ թիվը գրված է 0-ից ձախ:

-1, -2, -3, ... գրառումները կարդում են «մինուս 1», «մինուս 2», «մինուս 3», ... ձևով: Ստացված շարքը կգրվի հետևյալ կերպ՝

... , -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... :

Այս շարքն անվանում են **ամբողջ թվերի շարք**: Բերված գրառման մեջ ձախ և աջ մասերում դրված երեքական կետերը խորհրդանշում են, որ շարքը ձախից և աջից անսահմանափակ շարունակվում է:

Ամբողջ թվերի շարքում 0-ից աջ տեղադրված թվերն անվանում են **բնական թվեր** կամ **դրական ամբողջ թվեր**: 0-ից ձախ տեղադրված թվերն անվանում են **բացասական ամբողջ թվեր**: 0-ն ոչ դրական և ոչ էլ բացասական թիվ է: Այն բաժանում է բացասական թվերը դրականներից: Փաստորեն ամբողջ թվերի շարքը բաղկացած է բնական թվերից, բացասական ամբողջ թվերից և 0-ից:

Հարկ եղած դեպքում a բնական թվի փոխարեն գրում են նաև «+ a », կարդում են՝ «պլյուս a »: Այս դեպքում ամբողջ թվերի շարքը կգրվի հետևյալ տեսքով.

... , -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ... :

- 203.** Կարելի՞ է արդյոք ոչ բացասական թվերի շարքում իրագործել հանումը.
ա) 7-4, բ) 7-7, գ) 7-8:
- 204.** Ինչպե՞ս են ստանում ամբողջ թվերի շարքը:
- 205.** Ինչպե՞ս են անվանում այն թվերը, որոնք ամբողջ թվերի շարքում.
ա) 0-ից աջ են, բ) 0-ից ձախ են:
- 206.** 0-ն. ա) դրական է, բ) բացասական է:
- 207.** Կարդացե՛ք թվերը. +2, -3, 0, +7, -9:
ա) Այդ թվերից որո՞նք են ամբողջ թվերի շարքում 0-ից աջ, որոնք՝ 0-ից ձախ:
բ) Այդ թվերից որո՞նք են դրական, որոնք՝ բացասական:
- 208.** Կարդացե՛ք գրառումները և բացատրե՛ք նրանց իմաստը.
Լոռու մարզ ... -2°, Գեղարքունիքի մարզ ... -8°, Տավուշի մարզ ... +3°
- 209.** Օգտագործելով «+» և «-» նշանները՝ գրե՛ք
ա) 3° տաքություն, բ) 40° տապ, գ) 6° զրոյից բարձր,
դ) 20° սառնամանիք, ե) 5° զրոյից ցածր, զ) 1° ցուրտ:

2.2. ԹՎԻ ՀԱՎԱԳԻՐ: ԹՎԻ ԲԱՅԱՐՁԱԿ ԱՐԺԵՔ

Համարում են, որ եթե ամբողջ թվից առաջ դրվի «+» նշան, ապա դրանից թիվը չի փոխվի:

Օրինակ՝ 5 թիվը կարելի է գրել նաև +5 ձևով, -5 թիվը՝ +(-5) ձևով.
 $5 = +5, \quad -5 = +(-5)$

Ուստի ամբողջ թվերի շարքը կարելի է գրել նաև այսպես.

... , -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ... :

Այն թվերը, որոնք միայն նշանով են տարբերվում, անվանում են հակադիր թվեր:

Օրինակ՝ +1 և -1, -5 և +5, +10 և -10 թվերը հակադիր են:

Եթե ամբողջ թվից առաջ դրվի «-» նշան, ապա արդյունքում կստացվի այդ թվի հակադիրը:

Օրինակ՝ $-(+1) = -1, \quad -(-2) = +2$

Ընդունվում է, որ $-0 = 0 = +0$ ուրեմն 0-ն ինքն իր հակադիրն է:

a ամբողջ թվի հակադիրը $-a$ -ն է: Նկատենք, որ $-a$ թիվը կարող է լինել դրական, բացասական կամ զրո: Օրինակ, եթե $a = +2$, ապա $-a = -2$ (քանի որ $-(+2) = -2$), եթե $a = -3$ ապա $-a = -(-3) = +3$, եթե $a = 0$, ապա $-a = -0 = 0$:

Ներմուծենք թվի մոդուլի կամ բացարձակ արժեքի հասկացությունը:

Դրական թվի մոդուլ անվանում են հենց այդ թիվը:

Օրինակ՝ +3 թվի մոդուլը +3-ն է, գրում են.

$$|+3| = +3:$$

Բացասական թվի մոդուլ անվանում են նրա հակադիր (դրական) թիվը:

Օրինակ՝ -4 թվի մոդուլը +4-ն է, գրում են.

$$|-4| = +4:$$

Այսպիսով՝

գրոյից տարբեր ամբողջ թվի մոդուլը դրական թիվ է: Հակադիր թվերն ունեն նույն մոդուլը:

$$|a| = |-a|, \quad |+3| = |-3| = +3, \quad |-5| = |+5| = +5:$$

0-ի մոդուլ 0-ն է, գրում են.

$$|0| = 0:$$

- 210.** Ո՞ր թվերն են անվանում հակադիր: Բերե՛ք հակադիր թվերի օրինակներ:
- 211.** Ո՞ր թիվն է 0 թվի հակադիրը:
- 212.** Ի՞նչ կստացվի, եթե ամբողջ թվից առաջ դրվի.
ա) «+» նշան, բ) «-» նշան:
- 213.** Ի՞նչն են անվանում հետևյալ թվերի մոդուլ.
ա) դրական ամբողջ թվի,
բ) բացասական ամբողջ թվի,
գ) գրո թվի:
- 214.** Ո՞ր թվերն ունեն նույն մոդուլը: Բերե՛ք օրինակներ:
- 215.** Որո՞նք են այն թվերը, որոնց բացարձակ արժեքը և հակադիրը նույնն են:
- 216.** Նմուշային օրինակին համապատասխան՝ պարզեցրե՛ք արտահայտությունը.

$$\text{ա) } +(+2) = +2: \quad \text{բ) } -(-2) = +2:$$

$$\begin{array}{lll} \text{գ) } +(-2), & \text{դ) } +(-3), & \text{ե) } -(+3), \\ \text{զ) } -(-3), & \text{է) } -(+8), & \text{ը) } -(-10): \end{array}$$

- 217.** Ի՞նչ թվեր կստացվեն, եթե -1, 3, 0, -6, 7 թվերից յուրաքանչյուրի առաջ դրվի.
ա) «+» նշան, բ) «-» նշան:

- 218.** $-5, 6, 8, -10, 0, +4, -0$ թվերից որո՞նք են.
 ա) դրական, բ) բացասական:
- 219.** Լրացրե՛ք բացթողումը, կարդացե՛ք ստացված գրառումը.
 ա) $|+1| = \dots$, բ) $|-6| = \dots$, գ) $|0| = \dots$,
 դ) $|-3| = \dots$, ե) $|+7| = \dots$, զ) $|-8| = \dots$:
- 220.** Գտե՛ք տվյալ թվի մոդուլը.
 $+2, -2, +5, -5, +8, -10, +100, +0, -3$:
- 221.** Նշե՛ք երկու տարբեր թվեր, որոնց մոդուլները հավասար լինեն:
- 222.** $2, 5, -3, 10, -17$ թվերից յուրաքանչյուրի համար նշե՛ք նույն մոդուլն ունեցող մեկ այլ թիվ:
- 223.** Նշե՛ք երկու թիվ, որոնց մոդուլը լինի.
 ա) 2, բ) 7, գ) 9, դ) 8:
- 224.** Կատարե՛ք գործողությունը.
 ա) $|+6|+|+7|$, բ) $|-9|+|-8|$, գ) $|-6|+|+7|$, դ) $|+8|+|+9|$:
- 225.** Հաշվե՛ք.
 ա) $|-9|-|-6|$, բ) $|-5|-|+3|$,
 գ) $|-20|-|-6|$, դ) $|-17|-|-8|$:
- 226.** Հաշվե՛ք գումարը.
 ա) $|-7|+|+5|+|+8|+|-10|$, բ) $|+12|+|-2|+|+10|+|-9|$,
 գ) $|+18|+|-2|-|-5|-|-15|$, դ) $|-10|+|-2|-|-8|+|-5|$:
- 227.** Գտե՛ք թիվ, որի մոդուլը լինի.
 ա) $+5$, բ) $+8$, գ) $+1$, դ) 0 :
 Քանի՞ այդպիսի թիվ կարելի է գտնել:
- 228.** Եթե ամբողջ թիվը նշանակված է a տառով, ապա նրա հակադիրը գրվում է $-a$ տեսքով: Լրացրե՛ք աղյուսակը.

a	5	-3			-7		-9
$-a$			-2	6		-8	

- 229.** Մի՞շտ է արդյոք թվի բացարձակ արժեքը հավասար իրեն՝ թվին, այսինքն՝ $|a| = a$: Ո՞ր թվերի համար է դա ճիշտ:
- 230.** Մի՞շտ է արդյոք թվի բացարձակ արժեքը հավասար այդ թվի հակադիրին՝ $|a| = -a$: Ո՞ր թվերի համար է դա ճիշտ:
- 231.** Ո՞ր թվի համար են միաժամանակ բավարարվում $|a| = a$ և $|a| = -a$ հավասարությունները:
- 232.** Ճի՞շտ է, որ բոլոր ամբողջ թվերի համար $|-a| = |a|$
- 233.** Աշխենը թյուրիմացաբար կարծում է, թե $(-a)$ -ն բացասական թվի գրառումն է: Նշե՛ք այնպիսի a թիվ, որ $(-a)$ -ն լինի.
 ա) դրական թիվ, բ) բացասական թիվ, գ) զրո թիվը:

2.3. ԱՄՐՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒՄԸ

**Երկու ամբողջ թվերից մեծ է այն թիվը,
որն ամբողջ թվերի շարքում մյուսից աջ է:**

Եթե a -ն b -ից մեծ է, ապա նաև ասում են b -ն a -ից փոքր է: Գրում են.
 $a > b$ կամ $b < a$:

Օրինակ՝ $1 > -1$, $-2 > -6$, $0 > -5$, $-10 < 2$, որովհետև

$\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, \dots$

ամբողջ թվերի շարքում 1-ը -1-ից աջ է, -2-ը -6-ից աջ է և այլն:

Ամբողջ թվերի համեմատման կանոնից հետևում է, որ

**ցանկացած դրական թիվ մեծ է 0-ից, ցանկացած
բացասական թիվ փոքր է 0-ից: Ցանկացած դրական թիվ
մեծ է ցանկացած բացասական թվից:**

Հարմար է բացասական թվերը միմյանց հետ համեմատել իրենց բացարձակ արժեքների միջոցով: Քանի որ ամբողջ թվերի շարքում մեծ մոդուլով բացասական թիվը փոքր մոդուլով բացասական թվից ձախ է տեղադրված, ապա

Երկու բացասական թվերից մեծ է այն, որի մոդուլը փոքր է

Օրինակ՝ քանի որ $|-2| < |-6|$, ապա $-2 > -6$:

Եթե a և b թվերը նույնը չեն, ապա գրում են՝ $a \neq b$:

234. Համեմատե՛ք բնական թվերը.

ա) 425 և 452,

բ) 999 և 1000,

գ) 579 և 957,

դ) 12 456 և 12 459,

ե) 1 300 և 1 297,

զ) 13 547 և 1 354:

235. Ինչպե՞ս են համեմատում ամբողջ թվերը:

236. Ո՞ր թվերն են.

ա) մեծ գրոյից,

բ) փոքր գրոյից:

237. Ո՞ր թիվն է մեծ՝ դրակա՞նը, թե՞ բացասականը:

238. Ձևակերպե՛ք համեմատության կանոնը.

ա) ամբողջ թիվը գրոյի հետ,

բ) դրական թիվը բացասականի հետ,

գ) բացասական թիվը բացասականի հետ:

239. Գոյություն ունի՞ արդյոք.

ա) ամենամեծ բնական թիվ,

բ) ամենափոքր բնական թիվ,

գ) ամենամեծ բացասական ամբողջ թիվ,

դ) ամենափոքր բացասական ամբողջ թիվ,

ե) ամենամեծ ամբողջ թիվ,

զ) ամենափոքր ամբողջ թիվ:

Լուծում: Քանի որ $-8 < 0$ և $|-8| = 8$ ապա ամբողջ թվերի շարքում -3 -ից դեպի ձախ կհաշվենք 8 թիվ և կանգ կառնենք (-11) թվի վրա.

..., $-11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, \dots$
 \uparrow
 ───────────────────
 -8

Այսպիսով՝ $(-3)+(-8) = -11$

Դիտարկված օրինակները հաստատում են հետևյալ կանոնի ճշտությունը.

նույն նշանի երկու թվեր գումարելու համար կարելի է գումարել նրանց մոդուլները և ստացված գումարի առաջ դնել գումարելիների նշանը:

Ընդգծենք նաև, որ

դրական թվերի գումարը դրական թիվ է, իսկ բացասական թվերի գումարը՝ բացասական:

Այս կանոնի հիման վրա կունենանք.

$(+7)+(+9) = +(7+9) = +16 = 16,$ $(-2)+(-3) = -(2+3) = -5:$

Օրինակ 3: Հաշվենք $(-3)+(+8)$ գումարը:

Լուծում: Քանի որ $+8 > 0$ և ապա ամբողջ թվերի շարքում -3 -ից աջ կհաշվենք 8 թիվ և կանգ կառնենք $+5$ թվի վրա.

..., $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, \dots$
 ───────────────────
 +8

Այսպիսով՝ $(-3)+(+8) = +5:$

Նկատենք, որ այստեղ դրական գումարելիի մոդուլը մեծ է բացասական գումարելիի մոդուլից, իսկ գումարը $|+8|-|-3|$ -ին հավասար դրական թիվ է:

Օրինակ 4: Հաշվենք $(+3)+(-8)$ գումարը:

Լուծում: Քանի որ $-8 < 0$ և ապա ամբողջ թվերի շարքում $+3$ -ից դեպի ձախ կհաշվենք 8 թիվ և կանգ կառնենք (-5) թվի վրա.

..., $-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots$
 ───────────────────
 -8

Այսպիսով՝ $(+3)+(-8) = -5:$

Այստեղ բացասական գումարելիի մոդուլը մեծ է դրական գումարելիի մոդուլից, իսկ գումարը $-(|-8|-|+3|)$ -ին հավասար բացասական թիվ է:

Դիտարկված օրինակները հաստատում են հետևյալ կանոնի ճշտությունը.

տարբեր նշաններ և տարբեր մոդուլներ ունեցող երկու թվերի գումարը հաշվելու համար կարելի է մեծ մոդուլից հանել փոքր

**մոդուլը և այդ տարբերության առաջ դնել
մեծ մոդուլ ունեցող գումարելիի նշանը:**

Այս կանոնի հիման վրա կունենանք.

$$(+17)+(-20) = -(20-17) = -3, \text{ քանի որ } |-20| > |+17|,$$

$$(-2)+(+1) = -(2-1) = -1, \text{ քանի որ } |-2| > |+1|:$$

Օրինակ 5: Հաշվենք $(+5)+(-5)$ գումարը:

Լուծում: Քանի որ $(-5) < 0$, և $|-5| = 5$, ապա ամբողջ թվերի շարքում $(+5)$ -ից դեպի **ձախ** կհաշվենք 5 թիվ և կանգ կառնենք 0 թվի վրա.

$$\dots, -3, -2, -1, \underbrace{0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, \dots}_{-5}$$

Այսպիսով՝ $(+5)+(-5) = 0$:

Այս օրինակը հաստատում է հետևյալ կանոնի ճշտությունը.

հակադիր թվերի գումարը հավասար է զրոյի:

Այս կանոնի հիման վրա կունենանք.

$$(+3)+(-3) = 0, \quad (-7)+(+7) = 0, \quad a+(-a) = 0:$$

Ցանկացած a ամբողջ թվի համար.

$$a+0 = a, \quad 0+a = a:$$

Օրինակ՝ $0+(-3) = -3$, $(+5)+0 = +5$, $0+0 = 0$:

Երկուսից ավելի գումարելիների գումարը գտնելու համար պետք է գտնել առաջին երկուսի գումարը և դրան գումարել երրորդ գումարելին և այդպես շարունակ, մինչև վերջին գումարելին:

Օրինակ՝ $-3, +7, -5$ և 2 թվերի գումարը $((-3+(+7))+(-5))+2$ թիվն է.
 $((-3+(+7))+(-5))+2 = (+4+(-5))+2 = -1+2 = +1$:

- 249.** Ամբողջ թվերի շարքի միջոցով գտե՛ք գումարը.
 ա) $(+3)+(+2)$, բ) $(+3)+(-2)$, գ) $(-3)+(+2)$, դ) $(-3)+(-2)$:
- 250.** Ինչպե՞ս են գումարվում երկու թվերը, որոնք.
 ա) նույն նշանի են, բ) տարբեր նշանի են:
- 251.** Ինչի՞նչ է հավասար հակադիր թվերի գումարը:
- 252.** Ինչի՞նչ է հավասար ամբողջ թվի և զրոյի գումարը:
- 253.** Օգտագործելով գումարման կանոնները՝ հաշվե՛ք.

$$\begin{array}{l} \text{ա) } +7+(+9) = +(7+9) \dots: \quad \text{բ) } -4+(-6) = -(6+4) = \dots: \\ \text{գ) } -5+(-6), \quad \text{դ) } -5+(-9), \quad \text{ե) } -6+(-1), \quad \text{զ) } +1+(+6): \end{array}$$

Հաշվե՛ք (254, 255).

- 254.** ա) $-1+(-2)$, բ) $-2+(-1)$, գ) $-2+(-4)$,
 դ) $-5+(-1)$, ե) $-3+(-8)$, զ) $-4+(-11)$:
- 255.** ա) $-9+(-2)$, բ) $-7+(-3)$, գ) $-13+(-8)$,
 դ) $+12+(+23)$, ե) $-25+(-7)$, զ) $+18+(+42)$:
- 256.** Օգտվելով գումարման կանոններից՝ հաշվե՛ք.

$$\begin{aligned} \text{ա) } & +7+(-6) = +(7-6) = +1, \text{ որովհետև } |+7| > |-6| \\ \text{բ) } & -18+(+12) = -(18-12) = -6, \text{ որովհետև } |-18| > |+12| \end{aligned}$$

- գ) $-8+(+9)$, դ) $+8+(-9)$, ե) $+12+(-15)$,
 զ) $-13+(+18)$, է) $-2+(+18)$, ը) $+25+(-32)$:
- 257.** Գտե՛ք գումարը.
 ա) $-1+(+2)$, բ) $+5+(-2)$, գ) $-4+(+1)$,
 դ) $-8+(+2)$, ե) $+7+(-9)$, զ) $-10+(+4)$:

Գիտողություն: Գումարի գրառումը պարզեցնելու նպատակով դրական գումարելիների «+» նշանը և փակագծերը սովորաբար բաց են թողնվում (չեն գրվում): Օրինակ՝ $+3+(+8)$ -ի փոխարեն գրվում է $3+8$, $-5+(+9)$ -ի փոխարեն՝ $-5+9$:

- 258.** Պարզեցրե՛ք գումարի գրառումը.
 բ) $-8+(+9)$, գ) $-9+(+7)$, դ) $+3+(+7)$,
 ե) $+8+(-13)$, զ) $+9+(-17)$, է) $+13+(+24)$:
- 259.** Նշե՛ք գումարի յուրաքանչյուր գումարելու նշանը.
 ա) $-5+8$, բ) $5+7$,
 գ) $-13+(-9)$, դ) $-91+26$,
 ե) $-95+(-13)$, զ) $-56+(-102)$,
 է) $5+(-13)$, ը) $92+(-100)$:

Հաշվե՛ք բերված նմուշային օրինակի ձևով (260-264).

$$\begin{array}{r} -755+(-983) = -(755+983) = -1738 \\ \begin{array}{r} 755 \\ + 983 \\ \hline 1738 \end{array} \end{array}$$

- 260.** ա) $-102+(-98)$, բ) $-33+(-167)$, գ) $-128+(-12)$,
 դ) $688+957$, ե) $-172+(-118)$, զ) $694+738$:
- 261.** ա) $-354+(-293)$, բ) $-293+(-354)$, գ) $784+951$,
 դ) $-728+(-256)$, ե) $487+954$, զ) $(-259)+(-728)$:
- 262.** ա) $-7825+(-3517)$, բ) $7903+484$,
 գ) $-35+(-8094)$, դ) $-1113+(-4570)$:

263. ա) $359+(-483)$, բ) $-703+117$, գ) $-14+864$,
 դ) $151+(-87)$, ե) $17+(-256)$, զ) $476+(-253)$:
264. ա) $-170+(-250)$, բ) $-350+480$, գ) $7805+(-454)$,
 դ) $1306+(-2514)$, ե) $-8576+(-1720)$, զ) $-6060+3903$:
265. Հաշվե՛ք բերված նմուշային օրինակների եղանակով.

$$\begin{aligned} & \text{ա) } -5 + (-3) + 2 = -(5+3) + 2 = -8 + 2 = -6 \\ & \text{բ) } 3 + (-7) + (-8) + 6 = -4 + (-8) + 6 = -12 + 6 = -6 \end{aligned}$$

- գ) $-8+3+(-1)$, դ) $-7+(-2)+(-10)$,
 ե) $8+(-9)+(-7)$, զ) $-3+(-4)+(-5)+(-6)$,
 է) $-4+8+(-9)+3$, ը) $8+(-10)+(-12)+3$:

2.5. ԱՄՐՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ

Ցանկացած a և b երկու ամբողջ թվերի համար ճիշտ է գումարման տեղափոխական օրենքը.

գումարելիների տեղերը փոխելիս գումարը չի փոխվում:

$$a + b = b + a:$$

Օրինակ՝ $-3+(-5) = -5+(-3)$:

Ցանկացած a , b և c երեք ամբողջ թվերի համար ճիշտ է **գումարման զուգորդական օրենքը**.

երկու ամբողջ թվերի գումարին երրորդ ամբողջ թիվը գումարելու համար կարելի է առաջին թվին գումարել երկրորդ և երրորդ թվերի գումարը:

$$(a+b)+c = a+(b+c):$$

Օրինակ՝ $(2+5)+(-3) = 2+(5+(-3))$:

Ամբողջ թվերի գումարման տեղափոխական և զուգորդական օրենքների իրավացիությունը կարելի է ցույց տալ՝ օգտագործելով ամբողջ թվերի գումարման կանոնները և այդ օրենքների ձևարտացիությունը ոչ բացասական ամբողջ թվերի համար:

Օրինակ՝ ապացուցելու համար, որ $-3+(-5)$ և $-5+(-3)$ գումարները հավասար են, նկատենք, որ այդ գումարներից յուրաքանչյուրը բացասական է, և նրանցից ամեն մեկի մոդուլը որոշվում է գումարելիների մոդուլները գումարելով՝ $3+5$ և $5+3$: Իսկ բնական

թվերի գումարման տեղափոխական հատկության համաձայն $3+5$ և $5+3$ գումարները հավասար են:

Այդ օրենքների իրավացիության մեջ կարելի է համոզվել նաև ամբողջ թվերի շարքի միջոցով (անմիջական ստուգմամբ):

Գումարման տեղափոխական և զուգորդական օրենքների միջոցով կարելի է ցույց տալ, որ մի քանի ամբողջ թվերի գումարի գրառման մեջ կարելի է.

- 1) փակագծեր չօգտագործել,
- 2) գումարելիների տեղերը միմյանց հետ փոխել,
- 3) որոշ գումարելիներ վերցնել փակագծերի մեջ:

Օրինակ՝ $a+b+c+k = (c+k)+(a+b)$, իրոք.

$$\begin{aligned} a+b+c+k &= (a+b+c)+k = k+(a+b+c) = k+((a+b)+c) = \\ &= k+(c+(a+b)) = (k+c)+(a+b) = (c+k)+(a+b): \end{aligned}$$

Վերևում բերված կանոնները կիրառվում են հաշվարկները պարզեցնելու համար:

Օրինակ՝

$$\begin{aligned} 3+(-6)+(-4)+6+(-5)+4 &= (3+(-5))+((-6)+6)+(4+(-4)) = \\ &= -2+0+0 = -2: \end{aligned}$$

266. a և b ամբողջ թվերի համար գրե՛ք գումարման տեղափոխական օրենքը և ձևակերպե՛ք այն:

267. a , b և c ամբողջ թվերի համար գրե՛ք գումարման զուգորդական օրենքը և ձևակերպե՛ք այն:

268. Կիրառելով գումարման օրենքները՝ հաշվե՛ք.

ա) $5+798+35$, բ) $(723+59)+17$,

գ) $357+48+13$, դ) $488+(596+12)$:

269. Կատարե՛ք գումարումները և համեմատե՛ք արդյունքները.

ա) $-15+(-23)$ և $-23+(-15)$,

բ) $48+(-36)$ և $(-36)+48$,

գ) $-25+16$ և $16+(-25)$,

դ) $-8+(18+(-7))$ և $(-8+18)+(-7)$,

ե) $13+(-6+(-7))$ և $(13+(-6))+(-7)$:

270. Կիրառե՛ք գումարման տեղափոխական օրենքը.

ա) $-45+(-10) = -10+(-45)$:

բ) $8+(-35)$,

գ) $-13+49$,

դ) $-17+(-23)$:

271. Կիրառե՛ք գումարման զուգորդական օրենքը.

$$\text{ա) } 42 + (-3 + 7) = (42 + (-3)) + 7:$$

բ) $56 + (-16 + 7)$,

գ) $(-52 + 17) + (-9)$,

դ) $-13 + (-8 + 25)$:

272. Լրացրե՛ք բացթողումները.

ա) $3 + 5 + (-8) = 3 + (-8) + \dots$,

բ) $6 + \dots + (-1) = (-1) + (6 + (-2))$,

գ) $-4 + \dots + (-7) = 2 + (\dots + (-4))$,

դ) $-1 + \dots + 3 = (3 + (-7)) + \dots$:

273. Հաշվե՛ք կիրառելով գումարման օրենքները.

ա) $49 + ((-49) + 22)$,

բ) $-12 + (12 + (-29))$,

գ) $(47 + (-58)) + (-47)$,

դ) $(124 + 59) + (-24)$,

ե) $-56 + 17 + (-27)$,

զ) $49 + (-72) + 62$,

է) $36 + (-51) + 14$,

ը) $-48 + (-19) + 28$:

274. Հաշվե՛ք նմուշային օրինակի եղանակով.

$$\text{ա) } -1 + 2 + (-3) + 5 = (2 + 5) + ((-1) + (-3)) = 7 + (-4) = \dots :$$

բ) $-2 + (-4) + 2 + 5 + (-3) + 1 + (-3)$,

գ) $20 + (-8) + 2 + 5 + (-10) + (-1) + (-3)$,

դ) $-4 + (-1) + 3 + (-2) + (-3) + 9$,

ե) $-17 + 17 + (-8) + 6 + (-2) + 8$,

զ) $4 + (-6) + (-1) + (-4) + 6 + (-3) + 1$:

Հաշվե՛ք կիրառելով գումարման օրենքները (275, 276).

275. ա) $(-1) + (-2) + (-3) + (-4) + 4 + 3 + 2 + 1$,

բ) $(-7) + (-5) + (-3) + (-1) + 1 + 3 + 5 + 7$,

գ) $(-10) + (-9) + (-8) + (-7) + \dots + 7 + 8 + 9 + 10$,

դ) $(-100) + (-99) + (-98) + \dots + 98 + 99 + 100$:

276. ա) $1 + (-2) + 3 + (-4) + \dots + 9 + (-10)$,

բ) $1 + (-2) + 3 + (-4) + \dots + 99 + (-100)$,

գ) $(-1) + 2 + (-3) + 4 + \dots + (-9) + 10$,

դ) $(-1) + 2 + (-3) + 4 + \dots + (-99) + 100$:

277. Տրված են 9, -11, 10 թվերը: Համոզվե՛ք, որ ցանկացած երկու հարևան թվերի գումարը բացասական է, իսկ բոլոր երեք թվերի գումարը դրական է: Մեկ շարքով գրե՛ք երեք թիվ այնպես, որ ցանկացած երկու հարևան թվերի գումարը լինի դրական, իսկ բոլոր երեք թվերի գումարը լինի բացասական:

278. Համոզվե՛ք, որ 5, -4, -2, 5, -4, -2, 5 թվերի համար ցանկացած երեք հարևան թվերի գումարը բացասական է, իսկ բոլոր թվերի գումարը դրական է: Մեկ շարքով գրե՛ք յոթ ամբողջ թիվ այնպես, որ ցանկացած երեք հարևան թվերի գումարը լինի դրական, իսկ բոլոր թվերի գումարը՝ բացասական:

Նկատենք, որ բնական թվերի բազմությունում հնարավոր չէր փոքր թվից հանել մեծ թիվ: Ամբողջ թվերի բազմությունում դա հնարավոր է: Օրինակ՝

$$2-7 = 2+(-7) = -(7-2) = -5:$$

Տարբերության գրառումը պարզեցնելու համար դրական նվազելիի ու դրական հանելիի փակագծերը և «+» նշանը բաց են թողնվում (չեն գրվում):

Օրինակ՝

$$+9-(+3) = 9-3, \quad -9-(+3) = -9-3, \quad +9-(-3) = 9-(-3):$$

282. Ո՞ր թիվն են անվանում a և b թվերի տարբերություն:

283. Ո՞ր գումարին է հավասար $a-b$ տարբերությունը:

284. Ելնելով տարբերության սահմանումից՝ ստուգե՛ք, թե ճի՞շտ է հավասարությունը.

$$a)+28-(+9) = 14,$$

$$բ)+7-(-12) = -5,$$

$$գ)-2-(-3) = 1,$$

$$դ)-12-(+1) = -11:$$

285. Նշե՛ք նվազելին, հանելին և հանելիի հակադիր թիվը.

$$a)+45-(-63),$$

$$բ)+27-(-52),$$

$$գ)-4-(-19),$$

$$դ)-41-(+95),$$

$$ե)-59-(-11),$$

$$զ)+32-(-16):$$

286. Տարբերությունը փոխարինե՛ք նվազելիի և հանելիի հակադիր թվի գումարով.

$$a)+25-(-6) = +25+(+6) = 25+6:$$

$$բ)(-9)-(+45) = (-9)+(-45):$$

$$գ)+47-(+58),$$

$$դ)(-36)-(+12),$$

$$ե)+13-(-27),$$

$$զ)(-45)-(-59):$$

287. Տարբերությունը փոխարինե՛ք գումարով.

$$a)-5-(-2) = -5+(-2), \quad բ) 12-(-7) = 12+7$$

$$գ)-6-(-3),$$

$$դ) 9-(+13),$$

$$ե) 17-(+24),$$

$$զ)-13-(-19),$$

$$է) 13-(-27),$$

$$ը)-15-(+10):$$

Հաշվե՛ք համապատասխան նմուշօրինակների եղանակներով (**288, 289**).

288. $a) 9-10 = 9+(-10) = -(10-9) = -1:$

$$բ) 6-8,$$

$$գ) 4-10,$$

$$դ) 5-20,$$

$$ե) 6-11,$$

$$զ) 8-13,$$

$$է) 8-24,$$

$$ը) 24-48,$$

$$թ) 35-47,$$

$$ժ) 64-71,$$

$$ի) 91-119,$$

$$լ) 62-89,$$

$$խ) 67-105:$$

289. $ա) -3-7 = -3+(-7) = -(3+7) = -10:$

- բ) $-4-8,$ գ) $-5-2,$ դ) $-8-14,$
 ե) $-10-10,$ զ) $-20-60,$ է) $-11-23,$
 ը) $-28-17,$ թ) $-5-91,$ ժ) $-92-18,$
 ի) $-240-14,$ լ) $-50-105,$ խ) $-200-400:$

290. Հաշվե՛ք.

- ա) $-5-2,$ բ) $-1-3,$ գ) $-15-12,$
 դ) $-6-14,$ է) $-100-200,$ զ) $-30-600:$

Հաշվե՛ք համապատասխան նմուշօրինակների եղանակներով (291, 292).

291. $ա) -1-(-4) = -1+4 = 3:$

- բ) $-2-(-2),$ գ) $-3-(-4),$ դ) $-5-(-2),$
 ե) $-8-(-6),$ զ) $10-(-5),$ է) $0-(-9):$

292. $ա) -794-(-581) = -794+581 = -(794-581) = -213,$

$$\begin{array}{r} 794 \\ - 581 \\ \hline 213 \end{array}$$

- բ) $-824-(-642),$ գ) $-498-(-402),$ դ) $-864-(-164),$
 ե) $-1240-(-200),$ զ) $-1000-(-2500),$ է) $80-(-1800):$

293. Նմուշային օրինակի եղանակով գումարը գրե՛ք առանց փակագծերի.

$ա) (-25)+(-42) = -25-42:$

- բ) $(-45)+(-12),$ գ) $(-28)+(-49),$ դ) $13+(-45):$

294. Հաշվե՛ք գումարը՝

- ա) $49+(-23),$ բ) $56+(-63),$ գ) $(-66)+(-28):$

295. Հաշվե՛ք.

- ա) $(-5+8)+9,$ բ) $(14-18)-7,$ գ) $96-(-72+13),$
 դ) $-75-(-75+8),$ է) $79+(48-79),$ զ) $14-(15-94):$

296. ա) Բնական թվերի գումարը բնակա՞ն թիվ է,
 բ) Բնական թվերի տարբերությունը բնակա՞ն թիվ է:

297. Կարելի՞ է պնդել, որ ամբողջ թվերի
 ա) գումարն ամբողջ թիվ է, բ) տարբերությունն ամբողջ թիվ է:

Հաշվե՛ք առավել պարզ եղանակով (298, 299).

298. ա) $-1-2-3-4-5-6+5+4+3+2+1,$
 բ) $-8-7-5-3-1+0+1+3+5+7+8+9:$

299. ա) $-9-8-7-\dots-1+0+1+\dots+7+8+9+10$,
 բ) $-101-100-99-98-\dots+98+99+100$,
 գ) $1-2+3-4+\dots+9-10+11$,
 դ) $1-2+3-4+\dots+99-100$,
 ե) $-1+2-3+4-\dots-9+10-11+12$,
 զ) $-1+2-3+4-\dots-199+200$:

x -ի n -րդ արժեքի համար է ձիշտ հավասարությունը (300, 301).

300.

$$\begin{aligned} \text{ա) } x+13 &= 7, \\ x &= 7-13 = -(13-7) = -6, \quad \text{Պատասխան՝ } -6: \end{aligned}$$

$$\text{բ) } x+8 = -7, \quad \text{գ) } -7+x = 9, \quad \text{դ) } x-(-8) = 13, \quad \text{ե) } -15-x = 7:$$

301.

$$\begin{aligned} \text{ա) } -498-x &= -175 && 498 \\ x &= -498-(-175) = -498+175 = -(498-175), && -175 \\ \text{Պատասխան՝ } &-323: && \hline &&& 323 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{բ) } 79+x &= -356, && \text{գ) } x-57 = -493, \\ \text{դ) } 167-x &= 39, && \text{ե) } -542+x = 542: \end{aligned}$$

302. Գտե՛ք մի քանի հավասար գումարելիների գումարը.

$$\text{ա) } \underbrace{(-5)+(-5)+\dots+(-5)}_{6 \text{ հաստ}} \quad \text{բ) } \underbrace{(-7)+(-7)+\dots+(-7)}_{8 \text{ հաստ}}$$

$$\text{ա) } \underbrace{(-10)+(-10)+\dots+(-10)}_{9 \text{ հաստ}} \quad \text{բ) } \underbrace{(-6)+(-6)+\dots+(-6)}_{11 \text{ հաստ}}$$

2.7. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ԱՐՏԱԴՐՅԱԼԸ

Զրոյից տարբեր երկու ամբողջ թվերի արտադրյալ անվանում են այդ թվերի մոդուլների արտադրյալը՝ վերցրած «+» նշանով, եթե թվերը նույն նշանի են և «-» նշանով, եթե նրանք տարբեր նշանի են:

$$\begin{aligned} \text{Օրինակ՝ } 6 \cdot 8 &= +(|6| \cdot |8|) = +(6 \cdot 8) = +48, \\ (-5) \cdot (-10) &= +(|-5| \cdot |-10|) = +(5 \cdot 10) = +50, \\ 7 \cdot (-3) &= -(|7| \cdot |-3|) = -(7 \cdot 3) = -21, \\ (-5) \cdot 10 &= -(|-5| \cdot |10|) = -(5 \cdot 10) = -50: \end{aligned}$$

Ցանկացած a ամբողջ թվի և 0 -ի արտադրյալը 0 է.

$$a \cdot 0 = 0, \quad 0 \cdot a = 0:$$

$$\text{Օրինակ՝ } (+7) \cdot 0 = 0 \cdot (+7) = 0, \quad (-10) \cdot 0 = 0 \cdot (-10) = 0, \quad 0 \cdot 0 = 0:$$

Կամայական ամբողջ թվերի համար ճիշտ են բազմապատկման տեղափոխական և զուգորդական օրենքները.

$$a \cdot b = b \cdot a:$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c):$$

Այս հավասարությունների ճշտությունը հետևում է ամբողջ թվերի արտադրյալի սահմանումից և այն փաստից, որ այդ օրենքները ճիշտ են ոչ բացասական ամբողջ թվերի համար:

$$\begin{aligned} \text{Օրինակ՝ } (-5) \cdot (-6) &= +(5 \cdot 6) = +(6 \cdot 5) = (-6) \cdot (-5), \\ ((+5) \cdot (-3)) \cdot (-4) &= (-5 \cdot 3) \cdot (-4) = +((5 \cdot 3) \cdot 4) = \\ &= +(5 \cdot (3 \cdot 4)) = (+5) \cdot ((-3) \cdot (-4)): \end{aligned}$$

Նկատենք, որ կամայական a ամբողջ թիվը (-1) -ով բազմապատկելու դեպքում փոխվում է միայն a -ի նշանը, այսինքն՝ ստացվում է նրա հակադիր թիվը՝

$$(-1) \cdot a = -a:$$

Հիմնավորենք այս հավասարությունը օրինակների միջոցով.

$$\begin{aligned} (-1) \cdot (+5) &= -(|-1| \cdot |5|) = -(1 \cdot 5) = -5, \\ (-1) \cdot (-5) &= +(|-1| \cdot |-5|) = +(1 \cdot 5) = 5, \\ (-1) \cdot 0 &= 0 = -0: \end{aligned}$$

Երեք և ավելի ամբողջ թվերի արտադրյալը գտնելու համար պետք է գտնել դրանցից առաջին երկուսի արտադրյալը, այն բազմապատկել երրորդով, ստացված արտադրյալը չորրորդով և այլն:

$$\begin{aligned} \text{Օրինակ՝ } (-3) \cdot 5 \cdot 4 \cdot (-11) &= ((-3) \cdot 5 \cdot 4) \cdot (-11) = \\ (((-3) \cdot 5) \cdot 4) \cdot (-11) &= ((-15) \cdot 4) \cdot (-11) = (-60) \cdot (-11) = + (60 \cdot 11) = 660: \end{aligned}$$

Ամբողջ թվերի բնական ցուցիչով աստիճանը սահմանվում է ինչպես բնական թվերի բնական ցուցիչով աստիճանը:

a ամբողջ թվի n բնական ցուցիչով աստիճան անվանում են n արտադրիչների արտադրյալը, որոնցից ամեն մեկը հավասար է a -ի.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ անգամ}} \quad (n > 1):$$

$$\text{Օրինակ՝ } (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2):$$

Ցանկացած թվի առաջին աստիճանը հավասար է այդ թվին.

$$a^1 = a:$$

- 303.** ա) Ո՞ր թիվն են անվանում գրոյից տարբեր երկու ամբողջ թվերի արտադրյալը:
բ) Ո՞ր թիվն է ցանկացած ամբողջ թվի և գրոյի արտադրյալը:
գ) Ինչպե՞ս են հաշվում մի քանի ամբողջ թվերի արտադրյալը:
- 304.** Ճի՞շտ են արդյոք տեղափոխական ու զուգորդական օրենքներն ամբողջ թվերի բազմապատկման համար: Ձևակերպե՛ք այդ օրենքները:
- 305.** Ի՞նչ թիվ կստացվի, եթե տրված ամբողջ թիվը բազմապատկենք (-1) -ով:
- 306.** Արտադրյալը հաշվե՛ք սյունակով բազմապատկման եղանակով:
ա) $123 \cdot 9$ բ) $357 \cdot 8$ գ) $256 \cdot 32$
դ) $457 \cdot 48$ ե) $521 \cdot 32$ զ) $439 \cdot 528$

Հաշվե՛ք հարմար եղանակով (**307, 308**).

- 307.** ա) $24 \cdot 2 \cdot 5$, բ) $47 \cdot 4 \cdot 25$, գ) $53 \cdot 8 \cdot 125$:
308. ա) $2 \cdot 37 \cdot 5$, բ) $25 \cdot 57 \cdot 4$, գ) $8 \cdot 39 \cdot 125$:
- 309.** Որոշե՛ք արտադրյալի նշանը: Կատարե՛ք բազմապատկումը.
ա) $(-2) \cdot (+3)$, բ) $(+8) \cdot (-3)$, գ) $(+6) \cdot (-5)$,
դ) $(-7) \cdot (+4)$, ե) $(-2) \cdot (-1)$, զ) $(-8) \cdot (-8)$,
է) $(-7) \cdot (-9)$, ը) $(+9) \cdot (+8)$, թ) $(-10) \cdot (+77)$
- 310.** Կատարե՛ք բազմապատկումը.
ա) $0 \cdot (-5)$, բ) $(+3) \cdot 0$, գ) $(-6) \cdot 0$,
դ) $(+49) \cdot 0$, ե) $0 \cdot (-54)$, զ) $0 \cdot (+48)$:
- 311.** Բազմապատկումը կատարե՛ք բերված նմուշային օրինակի եղանակով.

$$\begin{array}{r} \text{ա) } (-56) \cdot (-13) = +(56 \cdot 13) = \dots \quad \begin{array}{r} 56 \\ \times 13 \\ \hline \dots \end{array} \\ \text{Պատասխան՝ } \dots \end{array}$$

- ա) $(+45) \cdot (-13)$, բ) $(+230) \cdot (-48)$, գ) $(-505) \cdot (-8)$,
դ) $(-358) \cdot (-5)$, ե) $(-24) \cdot (-35)$, զ) $(-125) \cdot (-160)$,
է) $(-405) \cdot (+28)$, ը) $(-72) \cdot (+101)$, թ) $(+15) \cdot (+16)$:

Դիտողություն: Արտադրյալի գրառումը պարզեցնելու համար նրա դրական արտադրիչների «+» նշանները և փակագծերը կարելի է չգրել, բայց արտադրյալի նշանը որոշելիս այդ նշանները պետք է հաշվի առնել:

- 312.** Նախորդ առաջադրանքում պարզեցրե՛ք արտադրյալի գրելածներ:
Օրինակ՝ $(-3) \cdot (+17) = (-3) \cdot 17 = -(3 \cdot 17)$, $(+2) \cdot (-48) = 2 \cdot (-48) = -(2 \cdot 48)$:

- 313.** Որոշե՛ք արտադրյալի նշանը.
ա) $(-1) \cdot (-1)$, բ) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$, գ) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$,
դ) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$:

314. Որոշե՛ք արտադրյալի նշանը և հաշվե՛ք արտադրյալը.
 ա) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 4$, ք) $(-2) \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (-6)$:
315. Քանի՞ բացասական բազմապատկիչ կարող է ունենալ արտադրյալը, եթե այն.
 ա) դրական է, ք) բացասական է:
316. Օգտագործելով բազմապատկման օրենքները՝ հաշվե՛ք նմուշային օրինակի եղանակով.

$$\begin{aligned} (-16) \cdot (-7) \cdot (-25) &= -(16 \cdot 25 \cdot 7) = -(4 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 7) = \\ &= -(100 \cdot 4 \cdot 7) = -(100 \cdot 28) = -2800: \end{aligned}$$

- ա) $2 \cdot (-3) \cdot (-10)$, ք) $(-4) \cdot 17 \cdot 25$, գ) $8 \cdot (-25) \cdot (-3)$,
 դ) $(-6) \cdot (-5) \cdot (-7)$, ե) $8 \cdot (-17) \cdot (-125)$, զ) $(-3) \cdot 16 \cdot (-125)$:
317. a և b ամբողջ թվերի համար ճիշտ է, որ.
 ա) եթե $a > 0$ և $b > 0$, ապա $a \cdot b > 0$,
 բ) եթե $a < 0$ և $b < 0$, ապա $a \cdot b < 0$,
 գ) եթե $a \cdot b > 0$, ապա $a > 0$ և $b > 0$,
 դ) եթե $a \cdot b < 0$, ապա $a > 0$ և $b < 0$:
318. Երեք թվերի արտադրյալը դրական է: Կարելի՞ է պնդել, թե երեք թվերն էլ դրական են: Բերե՛ք օրինակներ:
319. Երեք թվերի արտադրյալը դրական է: Կարելի՞ է պնդել, թե այդ թվերից գոնե մեկը դրական է:
320. Երեք թվերի արտադրյալը բացասական է: Կարելի՞ է պնդել, թե երեք թվերն էլ բացասական են: Բերե՛ք օրինակներ:
321. Երկու թվերի արտադրյալը զրո է: Ապացուցե՛ք, որ այդ թվերից գոնե մեկը զրո է:
322. Երեք թվերի արտադրյալը զրո է: Ապացուցե՛ք, որ այդ թվերից գոնե մեկը զրո է:
323. Հաշվե՛ք.
 ա) $(-1)^2$, ք) $(-1)^3$, գ) $(-2)^2$:
 դ) $(-5)^2$, ե) $(-3)^3$, զ) $(-2)^4$:
324. Հաշվե՛ք.
 ա) $48 - 12 \cdot (-5)$, ք) $69 - (-12) \cdot (-5)$, գ) $129 - 15 \cdot 9$,
 դ) $456 - 45 \cdot (-6)$, ե) $158 - 45 \cdot 7$, զ) $258 - 13 \cdot (-7)$:
325. Ո՞ր թիվն է մեծ.
 ա) $3 \cdot 3 \cdot 3$, թե՞ $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$,
 բ) $-5 \cdot 5$, թե՞ $(-5) \cdot (-5)$,
 գ) $(-7) \cdot (-7)$, թե՞ $7 \cdot (-7)$,
 դ) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, թե՞ $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$:

326. Գրե՛ք բացասական թվի աստիճանի տեսքով.
 ա) $(-8) \cdot (-8) \cdot (-8)$, բ) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$, գ) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$,
 դ) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$, ե) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$, զ) $(-18) \cdot (-18)$:
327. Ո՞ր թիվն է մեծ.
 ա) $-2 \cdot 2$, թե՞ $(-2) \cdot (-2)$, բ) $-3 \cdot 3$, թե՞ $(-2) \cdot 2 \cdot 2$,
 գ) $(-3) \cdot (-3)$, թե՞ $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$, դ) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$, թե՞ $(-3) \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$:
328. Գրե՛ք.
 ա) (-7) և 7 թվերի գումարը, բ) (-4) և 7 թվերի արտադրյալը,
 գ) (-4) և (-12) թվերի տարբերությունը:
329. Հաշվե՛ք.
 ա) $3 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$, բ) $(-4) \cdot (-3) \cdot (-3)$, գ) $-(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$,
 դ) $-(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$, ե) $-(-5) \cdot (-5)$, զ) $(-4) \cdot (-3) \cdot 3$:
330. Գտե՛ք գումարելիների քանակը.
 ա) $(-2) + (-2) + \dots + (-2) = -12$,
 բ) $(-8) + (-8) + \dots + (-8) = -80$,
 գ) $(-4) + (-4) + \dots + (-4) = -20$:
331. Գտե՛ք գումարելիներից մեկը, եթե նրանք հավասար են:
 ա) $(\dots) + (\dots) + (\dots) + (\dots) + (\dots) = -25$,
 բ) $(\dots) + (\dots) + (\dots) + (\dots) = -40$,
 գ) $(\dots) + (\dots) + (\dots) + (\dots) + (\dots) + (\dots) = -36$:
332. Հաշվե՛ք՝ նախապես նշելով գործողությունների հերթականությունը:
 ա) $3 \cdot (-2)^2$, բ) $-4 \cdot (-3)^2$, գ) $-2 \cdot (-3)^4$,
 դ) $-3 \cdot (-2)^3$, ե) $2 \cdot (-5)^2$, զ) $-4 \cdot (-3)^2$:

2.8. ԱՄՐՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՔԱՆՈՐԴԸ

Եթե a -ն և b -ն զրոյից տարբեր ամբողջ թվեր են, և $|a|$ -ն առանց մնացորդի բաժանվում է $|b|$ -ին, ապա a և b թվերի քանորդը հավասար է նրանց մոդուլների քանորդին՝ վերցրած «+» նշանով, եթե այդ թվերը նույն նշանի են և «-» նշանով, եթե նրանք հակառակ նշանի են:

$$\begin{aligned} \text{Օրինակ՝ } (-20) : (-5) &= +(20 : 5) = 4, & 40 : 5 &= 8, \\ 8 : (-2) &= -(8 : 2) = -4, & (-12) : 3 &= -(12 : 3) = -4: \end{aligned}$$

0-ի և ցանկացած $a \neq 0$ ամբողջ թվի քանորդը 0 է.

$$0 : a = 0 \quad (a \neq 0):$$

$$\text{Օրինակ՝ } 0 : (-5) = 0, \quad 0 : 3 = 0:$$

Ամբողջ թիվը 0-ի բաժանել հնարավոր չէ:

Գիտողություն: Ինչպես բնական թվերի դեպքում, ամբողջ թվերի համար նույնպես գրոյից տարբեր թվերի առանց մնացորդի բաժանումը ոչ միշտ է իրագործվում, այսինքն՝ ոչ միշտ է գտնվում այնպիսի ամբողջ թիվ, որ բաժանարարով բազմապատկելիս ստացվի բաժանելին: Գլուխ 3-ում կդիտարկվեն նոր՝ ռացիոնալ թվեր, և այդ ժամանակ գրոյից տարբեր ցանկացած ամբողջ թվերի քանորդը կլինի ռացիոնալ թիվ:

333. Ի՞նչ է նշանակում գրոյից տարբեր a և b ամբողջ թվերի քանորդ, եթե $|a|$ -ն առանց մնացորդի բաժանվում է $|b|$ -ի:

334. Ի՞նչ քանորդ է ստացվում, երբ 0-ն բաժանում են 0-ից տարբեր որևէ ամբողջ թվի:

335. Հնարավո՞ր է ամբողջ թիվը բաժանել 0-ի:

336. Կատարե՛ք բաժանումը.

- ա) $234 : 6$, բ) $744 : 8$, գ) $1794 : 23$,
 դ) $2997 : 37$, ե) $9268 : 331$, զ) $21333 : 547$:

337. Հաշվե՛ք.

- ա) $576 \cdot 23 - 766 \cdot 35$, բ) $849 \cdot 18 - 783 \cdot 28$,
 գ) $136 \cdot 13 - (8416 + 1234)$, դ) $4736 : 4 - 1245 \cdot 5$

338. Գտե՛ք x թվի նշանը, եթե.

- ա) $x \cdot (-8) = 400$, բ) $(-10) \cdot x = -420$, գ) $x \cdot 5 = -60$,
 դ) $12 \cdot x = 144$, ե) $(-x) \cdot 15 = 300$, զ) $(-x) \cdot (-6) = 96$:

339. Որոշե՛ք քանորդի նշանը.

- ա) $400 : (-8)$, բ) $(-420) : (-10)$, գ) $(-60) : 15$, դ) $144 : 12$:

Կատարե՛ք բաժանումը (**326**, **327**).

340. ւ) $(+ 60) : (-10) = -(60 : 10) = -6$:

- բ) $(-20) : 5$, գ) $(-50) : 10$, դ) $(-80) : (-20)$,
 ե) $(-100) : (-25)$, զ) $30 : (-15)$, է) $64 : (-8)$:

341. ա) $200 : (-40)$, բ) $(-500) : 100$, գ) $720 : (-90)$,
 դ) $(-810) : (-9)$, ե) $(-560) : (-70)$, զ) $(-480) : 60$:

342. Կատարե՛ք բաժանումը բերված նմուշային օրինակի եղանակով.

$$7227 : (-9) = -(7227 : 9), \quad \begin{array}{r} 7227 \overline{) 9} \\ \underline{} \\ \end{array}$$

- ա) $(-711) : 9$, բ) $1332 : (-3)$, գ) $(-2316) : (-12)$,
 դ) $(-1302) : 42$, ե) $(-2205) : (-7)$, զ) $3208 : (-8)$:

343. x -ի n -րդ արժեքի համար է ճիշտ հավասարությունը.

ա) $x \cdot (-12) = 36$,

բ) $(-13) \cdot x = -143$,

գ) $x \cdot (-15) = 465$,

դ) $14 \cdot x = -294$,

ե) $x : 8 = 7$,

զ) $x : 6 = -42$,

է) $x : (-7) = -9$,

ը) $x : (-11) = -352$,

թ) $48 : x = 6$,

ժ) $56 : x = -8$,

ի) $(-64) : x = 8$,

լ) $(-68) : x = -4$:

344. Կատարե՛ք գործողությունները հետևյալ նմուշօրինակի ձևով.

ա) $13 \cdot 15 - 28 \cdot 25$

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times \quad 13 \\ \quad \quad 15 \\ \hline \quad \quad 65 \\ + \quad 13 \\ \hline \quad 195 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times \quad 28 \\ \quad \quad 25 \\ \hline \quad \quad 140 \\ + \quad 56 \\ \hline \quad 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad - \quad 700 \\ \quad \quad 195 \\ \hline \quad \quad 505 \end{array}$$

Պատասխան՝ -505:

բ) $679 \cdot 13 - 846 \cdot 15$,

գ) $849 \cdot 18 - 684 : 19$,

դ) $4074 : 42 - 12 \cdot 59$,

ե) $3612 : 12 - 8445 : 15$:

345. Հաշվե՛ք

ա) $43 \ 212 : 78 - 407 \cdot 720 + 350 - 509$,

բ) $164 \cdot 756 + 148 \ 916 - 564 \cdot 702 + 48 \ 762 : 86$,

գ) $(24 \ 968 + 11 \ 648) : (768 - 1564)$,

դ) $37 \ 115 : 65 - 72 \ 675 : 85$:

2.9. ԲԱՇԽԱԿԱՆ ՕՐԵՆՔԸ

Կամայական a , b , c ամբողջ թվերի համար ճիշտ է **բաշխական օրենքը**.

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c:$$

Ապացույցը հանգում է նույն օրենքի ճշտությանը ոչ բացասական ամբողջ թվերի համար: Օրինակ՝ ապացուցենք հավասարությունը.

$$((-3)+(-2)) \cdot (-7) = (-3) \cdot (-7) + (-2) \cdot (-7):$$

$$\begin{aligned} \text{Իրոք, } ((-3)+(-2)) \cdot (-7) &= (-(3+2)) \cdot (-7) = (3+2) \cdot 7 = \\ &= 3 \cdot 7 + 2 \cdot 7 = (-3) \cdot (-7) + (-2) \cdot (-7): \end{aligned}$$

Բաշխական օրենքը ճիշտ է նաև մի քանի գումարելիների համար:
Օրինակ՝

$$(3+5+(-7))\cdot(-2) = 3\cdot(-2)+5\cdot(-2)+(-7)\cdot(-2):$$

$a\cdot c+b\cdot c$ գումարից $c\cdot(a+b)$ արտադրյալին անցումն անվանում են **ընդհանուր արտադրիչի դուրսբերում փակագծից**:

Օրինակ 1: Ընդհանուր արտադրիչը դուրս բերենք փակագծից.

$$3\cdot 35+3\cdot(-65):$$

$$3\cdot 35+3\cdot(-65) = 3\cdot(35+(-65)) = 3\cdot(35-65):$$

$$\text{Պարասխան՝ } 3\cdot(35-65):$$

Օրինակ 2: Հաշվենք $(-49)\cdot(-96)+86\cdot(-49)$ արտահայտության արժեքը:

Նկատենք, որ յուրաքանչյուր գումարելին ունի (-49) արտադրիչը: Դուրս բերենք այն փակագծից.

$$(-49)\cdot(-96)+86\cdot(-49) = (-49)\cdot((-96)+86) = (-49)\cdot(-10) = 490:$$

Այս օրինակը ցույց է տալիս, որ ընդհանուր արտադրիչը փակագծից դուրս բերելը որոշ դեպքերում թույլ է տալիս խուսափել մեծածավալ հաշվարկներից:

346. Արտադրյալը գրե՛ք գումարի (տարբերության) տեսքով.

$$\text{ա) } 5\cdot(38+17) = 5\cdot 38+5\cdot 17:$$

բ) $17\cdot(31+16)$,

գ) $(28+37)\cdot 56$,

դ) $(72+98)\cdot 12$,

ե) $(49-17)\cdot 12$,

զ) $8\cdot(57-38)$,

է) $17\cdot(28+31)$:

347. Ընդհանուր արտադրիչը դո՛ւրս բերե՛ք փակագծից.

$$\text{ա) } 15\cdot 12+15\cdot 49 = 15\cdot(12+49)$$

բ) $57\cdot 39+57\cdot 64$,

գ) $39\cdot 42+28\cdot 42$,

դ) $73\cdot 57+79\cdot 57$,

ե) $13\cdot 195-13\cdot 41$,

զ) $27\cdot 48-19\cdot 48$,

է) $54\cdot 88-54\cdot 87$:

348. Հաշվե՛ք հարմար եղանակով.

ա) $350\cdot 46+250\cdot 46$,

բ) $728\cdot 49-528\cdot 49$,

գ) $52\cdot 100-52\cdot 99$,

դ) $99\cdot 48+1\cdot 48$,

357. ա) $4 \cdot (-25 + 76 + 24)$, ք) $(25 - 62 - 38) \cdot (-4)$,
 գ) $(7 - 125 + 13) \cdot (-8)$, դ) $8 \cdot (-8 + 100 - 22 + 25)$:
358. Բերված նմուշային օրինակի եղանակով ընդհանուր արտադրիչը դո՛ւրս բերեք փակագծից.

$$\text{ա) } 45 \cdot 13 - 45 \cdot 81 = 45 \cdot (13 - 81):$$

- ք) $49 \cdot 57 - 49 \cdot 570$, գ) $58 \cdot 64 - 99 \cdot 64$,
 դ) $(-53) \cdot 48 - (-53) \cdot 59$, ե) $(-45) - 12 + 95 \cdot (-45)$,
 զ) $-53 \cdot 48 - 57 \cdot 48$, լ) $-45 - 13 - 45 \cdot 27$:
359. Ընդհանուր արտադրիչը փակագծից դո՛ւրս բերեք «+» նշանով.

$$\text{ա) } 4 \cdot 52 - 4 \cdot (-95) = 4 \cdot (52 - (-95)) = 4 \cdot (52 + 95):$$

- ք) $-16 \cdot 17 - 16 \cdot 18$, գ) $49 \cdot 19 - 19 \cdot 91$,
 դ) $-88 \cdot 35 - 77 \cdot 35$, ե) $73 \cdot 37 - 73 \cdot 73$,
 զ) $-57 \cdot 33 + 48 \cdot 33$, լ) $99 \cdot 98 + 99 \cdot 100$:
360. Ընդհանուր արտադրիչը փակագծից դո՛ւրս բերեք «-» նշանով.

$$\text{ա) } 4 \cdot 52 - 4 \cdot (-95) = (-4) \cdot (-52 - 95):$$

361. Հաշվե՛ք.
- ա) $59 \cdot 64 + 59 \cdot 36$, ք) $72 - 128 - 72 \cdot 228$,
 գ) $63 \cdot 356 - 556 \cdot 63$, դ) $-99 - 12 - 99 \cdot 88$,
 ե) $-67 \cdot 85 - 67 \cdot 115$, զ) $41 \cdot 91 - 91 \cdot 51$:
362. Ցո՛ւյց տվե՛ք, որ տրված արտահայտությունը բաժանվում է նշված թվին.
- ա) $43 \cdot 15 - 55 \cdot 15 + 34 \cdot 15$, 22
 բ) $12 \cdot 17 - 16 \cdot 17 + 13 \cdot 17$, 9
 գ) $99 \cdot 51 - 99 \cdot 91 + 69 \cdot 99$, 29
 դ) $63 \cdot 23 - 32 \cdot 63 + 22 \cdot 63$, 13:

363. Հաշվե՛ք.
- ա) $42 \cdot 53 - 32 \cdot 53 - 42 \cdot 63 + 32 \cdot 63$,
 բ) $79 \cdot 45 + 79 \cdot 55 - 89 \cdot 45 - 89 \cdot 55$,
 գ) $88 \cdot 75 - 12 \cdot 45 + 12 \cdot 75 - 88 \cdot 45$,
 դ) $392 \cdot 23 - 492 \cdot 23 + 392 \cdot 77 - 492 \cdot 77$:

2.10. ՓԱԿԱԳԾԵՐԻ ԲԱՅՈՒՄԸ ԵՎ ՆԵՐԱՌՈՒՄԸ

ՓԱԿԱԳԾԵՐԻ ՄԵՋ

Այնպիսի արտահայտությունը, ինչպես $(-3+6-1)$ -ը, հաճախ անվանում են գումար, որովհետև այն կարելի է նաև գրել $(-3)+(+6)+(-1)$ գումարի տեսքով:

Ելնելով

$$+a = (+1) \cdot a$$

հավասարությունից, որը ճիշտ է ցանկացած a ամբողջ թվի համար, կարող ենք ստանալ հետևյալ հավասարությունները.

$$+5 = 5, \quad +(-5) = -5, \quad +(3+5) = 3+5, \quad +(5-2) = 5-2, \\ +(-3+6-1) = -3+6-1:$$

Ստանանք դրանցից մեկը.

$$+(-3+6-1) = (+1) \cdot (-3+6-1) = \\ = (+1) \cdot (-3) + (+1) \cdot 6 + (+1) \cdot (-1) = -3+6-1:$$

Այսպիսով $+(-3+6-1) = -3+6-1$ հավասարությունը ճիշտ է:

Ասում են, որ հավասարման ձախ մասում գումարը **ներառված է (վերցված է) փակագծերի մեջ**, իսկ աջում՝ **փակագծերը բացված են**:

Եթե ունենք փակագծի մեջ ներառված գումար, և փակագծից առաջ «+» նշան է դրված, ապա փակագծերը բացելիս գումարելիների նշանները նույնն են մնում:

Օրինակ՝ $+(-7+3-4) = -7+3-4$:

Եթե ունենք մի քանի թվերի գումար, ապա կարելի է այն ամբողջությամբ ներառել փակագծերի մեջ և ստացված արտահայտության առջև դնել «+» նշանը:

Օրինակ՝ $-3+8-7 = +(-3+8-7)$:

Ելնելով $-a = (-1) \cdot a$ հավասարությունից և կիրառելով բաշխական օրենքը՝ կարելի է բացել նաև այնպիսի փակագծերը, որոնցից առաջ դրված է «-» նշան:

Օրինակ՝

$$-(2-5) = (-1) \cdot (2-5) = (-1) \cdot 2 + (-1) \cdot (-5) = -2+5,$$

$$-(6-4) = (-1) \cdot (6-4) = (-1) \cdot 6 - (-1) \cdot 4 = -6+4:$$

Եթե ունենք փակագծի մեջ ներառված գումար, և փակագծից առաջ «-» նշան է դրված, ապա փակագծերը բացելիս գումարելիների նշանները փոխվում են՝ պլյուսը դառնում է մինուս, մինուսը՝ պլյուս:

Օրինակ՝ $-(-8+3-11) = +8-3+11$:

Հաշվե՛ք (374, 375).

374. ա) $(456-75)-25$, ր) $-(728-49)+51$,
 գ) $(-238+742)-42$, դ) $-(-356+145)-56$:
375. ա) $(7 \cdot 95-900)-7 \cdot 95$, ր) $-(795-9 \cdot 99)-99 \cdot 9$,
 գ) $(-48+101-29)-101+29$, դ) $-(-79-39+81)+81-39$:

376. Արտագրե՛ք՝ լրացնելով բացթողումները.

$$\text{ա) } 45-36 = +(45-36):$$

- բ) $45-36 = -(\dots)$, գ) $-79+11 = +(\dots)$,
 դ) $-79+11 = -(\dots)$, ե) $38+59 = +(\dots)$,
 զ) $-17-81 = -(\dots)$, է) $39-70 = -(\dots)$:

377. Առաջին երկու գումարելիին ներառե՛ք փակագծերի մեջ՝ փակագծերից առաջ դնելով «+» նշանը.

$$45-64-12+99 = +(45-64)-12+99:$$

- ա) $79-48+15-8$, ր) $-56+38-12+100$,
 գ) $43+59-35-11$, դ) $-43-59+35+11$,
 ե) $42-79+13-1$, զ) $-57+48-17+23$:

378. Առաջին երկու գումարելիին ներառե՛ք փակագծերի մեջ՝ փակագծերից առաջ դնելով «-» նշանը.

- ա) $79-48+15-8$, ր) $-56+38-12+100$,
 գ) $43+59-35-11$, դ) $-43-59+35+11$,
 ե) $42-79+13-1$, զ) $-57+48-17+23$:

2.11. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՄԻ ՔԱՆԻ ԳՈՒՄԱՐԵԼԻՆԵՐ ՈՒՆԵՅՈՂ ԳՈՒՄԱՐՆԵՐԻ ՀԵՏ

Նախորդ կետում բերվեցին այնպիսի փակագծերի բացման կանոնները, որոնցից առաջ «+» կամ «-» նշան էր դրված: Բայց հանդիպում են նաև այնպիսի գումարներ, որոնցում փակագծերից առաջ տեղադրված «+» և «-» նշաններն արտահայտում են գումարման և հանման գործողություններ: Պարզվում է, որ ուսումնասիրված կանոններն այս դեպքում նույնպես կիրառելի են.

$$a+(b-c) = a+b-c, a-(b-c) = a-b+c,$$

որտեղ a -ն, b -ն ու c -ն ամբողջ թվեր են:

$$\text{Օրինակ՝ } 9+(8-3) = 9+8-3,$$

$$9-(7-3) = 9-7+3:$$

Մի քանի գումարելիների գումարը հաշվելիս օգտագործվում են փակագծերի բացման, փակագծերի մեջ ներառման կանոնները և գումարման օրենքները: Երբեմն սկզբից գումարում են դրական, ապա

բացասական գումարելիները և գտնում են ստացված տարբեր նշանի թվերի գումարը՝ կիրառելով դրան համապատասխանող կանոնը:

Օրինակ՝

$$78 - 89 + 32 - 11 = (78 + 32) + (-89 - 11) = 110 + (-100) = 110 - 100 = 10:$$

Բայց կարելի է այլ կերպ էլ հաշվել.

$$78 - 89 + 32 - 11 = (78 - 89) + (32 - 11) = (-11) + 21 = 10:$$

379. Ի՞նչ կանոններով են բացում փակագծերը, եթե նրանց առջև դրված նշանը գումարման կամ հանման գործողություն է ցույց տալիս:

380. Մի քանի գումարելիների գումարը հաշվելու համար ի՞նչ կանոններ ու օրենքներ են կիրառվում:

381. Բացե՛ք փակագծերը.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| ա) $49 - (38 - 5),$ | բ) $-32 + (78 - 9),$ |
| գ) $72 + (-32 + 9),$ | դ) $-63 - (-63 + 1),$ |
| ե) $(79 - 39) - (79 - 48),$ | զ) $(37 - 49) - (87 - 59),$ |
| է) $-(45 - 64) + (38 - 24),$ | ը) $-(-35 + 2) + (-35 - 8):$ |

382. Բացե՛ք փակագծերը և հաշվե՛ք.

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| ա) $108 - (108 - 5),$ | բ) $-49 - (-49 + 2),$ |
| գ) $-56 + (-98 + 56),$ | դ) $100 - (-5 + 100),$ |
| ե) $(79 - 81) - (39 - 81),$ | զ) $(-78 + 23) + (27 + 78),$ |
| է) $(-39 + 15) - (5 - 39),$ | ը) $(105 - 48) - (62 + 105):$ |

383. Հաշվե՛ք՝ փակագծերը բացելով միայն այն դեպքում, երբ դա դյուրացնում է հաշվարկները.

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| ա) $79 - (63 + 7),$ | բ) $43 + (23 + 77),$ |
| գ) $79 - (79 - 7),$ | դ) $43 + (77 - 43),$ |
| ե) $102 - (56 + 44),$ | զ) $102 - (102 - 5),$ |
| է) $93 - (68 + 93),$ | ը) $-72 - (99 + 1),$ |
| թ) $48 - (11 + 19),$ | ժ) $48 - (18 + 19),$ |
| ի) $-56 + (96 + 9),$ | լ) $59 + (96 + 4),$ |
| խ) $52 - (32 - 41),$ | ծ) $73 - (68 - 8),$ |
| կ) $-25 - (-45 + 19),$ | հ) $-49 - (11 - 68):$ |

384. Վերջին երկու գումարելիները ներառե՛ք փակագծերի մեջ երկու եղանակով՝ փակագծերից առաջ մի անգամ դնելով «+» նշանը, մյուս անգամ՝ «-»:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| ա) $37 + 12 + 13,$ | բ) $45 - 2 - 12,$ |
| գ) $5 - 28 + 22,$ | դ) $76 + 38 - 52:$ |

385. Հաշվե՛ք երկու եղանակով՝ մի անգամ կիրառելով փակագծերը բացելու կամ փակագծերի մեջ ներառելու կանոնը, մյուս անգամ՝ առանց այդ կանոնները կիրառելու.

ա) $48-19-1$,

գ) $48-(28-43)$,

386. Հաշվեք՝ ընտրելով հարմար եղանակ.

ա) $84-(44+28)$,

գ) $826-(231+269)$,

ե) $83-23-29$,

է) $236-136-92$,

բ) $93-17-13$,

դ) $88-(18-30)$:

բ) $94-(44+26)$,

դ) $728-(328-179)$,

գ) $83-21-29$,

ը) $236-108-92$:

387. Հաշվեք.

ա) $-(98+49)-(102-49)$,

գ) $(149+237)-(137+49)$,

ե) $(49+35)-(49-35)$,

է) $(76+28)-(76-28)$,

բ) $(123-254)-(23-354)$,

դ) $-(95+105)-(398-98)$,

գ) $(48+15)-(48-15)$,

ը) $(72+29)-(72-29)$:

2.12. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՊԱՏԿԵՐՈՒՄԸ ԿՈՌԴԻՆԱՏՅՈՒՆ ԱՌԱՆՑՔԻ ՎՐԱ

Մենք արդեն գիտենք, թե բնական թվերն ու 0-ն ինչպես են պատկերվում կոորդինատային ձառագայթի վրա: Ամբողջ թվերը նույնպես կարելի է հարմար ձևով երկրաչափորեն պատկերել: Վերցնենք մի ուղիղ, նրա վրա նշենք մի 0 կետ, որը համարենք 0 թվի համապատասխանը: Այդ կետն անվանում են **սկզբնակետ** կամ **հաշվարկման սկիզբ**: Ինչպես գիտենք, ուղիղն 0 կետով տրոհվում է հակադիր ուղղություններով երկու ձառագայթների: Ընտրենք այդ ուղղություններից մեկը՝ նշելով սլաքով և անվանելով **դրական ուղղություն**: Ընտրենք **միավոր հատված**:

Ուղիղը, որի համար ընտրված են հաշվարկման սկիզբ, հաշվարկման (դրական) ուղղություն և միավոր հատված, կոչվում է կոորդինատային առանցք:

Սովորաբար կոորդինատային առանցքը պատկերում են հորիզոնական ուղղի տեսքով՝ որպես դրական վերցնելով դեպի աջ ուղղությունը:

0 սկզբնակետով երկու ձառագայթներից մեկը, որը գրոյից աջ է, (նկար 30), անվանում են **դրական կոորդինատային կիսաառանցք (ձառագայթ)**, մյուսը՝ նկար 30-ում գրոյից ձախն անվանում են **բացասական կոորդինատային կիսաառանցք (ձառագայթ)**:



Նկար 30

Կորդինատային առանցքի վրա ամբողջ թվերը պատկերվում են կետերով: O կետը, որով պատկերվում է զրո թիվը, անվանում են նաև զրո կետ կամ զրո կորդինատով կետ և գրում են այս կերպ՝ $O (0)$:

Կամայական $n (n \neq 0)$ ամբողջ թիվը կորդինատային առանցքի վրա պատկերում են այն կետով, որի հեռավորությունը զրո կետից $|n|$ է, և որը գտնվում է դրական կիսաառանցքի վրա, եթե n -ը դրական է ($n > 0$), և բացասական կիսաառանցքի վրա, եթե n -ը բացասական է ($n < 0$): Այդ կետն անվանում են n կետ, կամ n կորդինատով կետ, իսկ n թիվն անվանում են այդ կետի **կորդինատ**:

Օրինակ՝ նկար 31-ում պատկերված են 4 կորդինատով A կետը և -2 կորդինատով B կետը, գրում են՝ $A (4)$, $B (-2)$:



Նկար 31

Եթե m -ը և n -ը ամբողջ թվեր են ու $m > n$, ապա.

- 1) m կետը կորդինատային առանցքի վրա ավելի աջ է, քան n -ը,
- 2) m և n կետերի հեռավորությունը $m - n$ է:

Օրինակ՝ նկար 32-ում կորդինատային առանցքի վրա նշված են $A(7)$ և $B(-4)$ կետերը: Քանի որ $7 > -4$, ապա A կետը կորդինատային առանցքի վրա B -ից աջ է և

$$AB = 7 - (-4) = 7 + 4 = 11, \quad BO = 0 - (-4) = 0 + 4 = 4:$$



Նկար 32

Եթե տրված երկու կետերի կորդինատները հակադիր թվեր են, ապա այդ կետերը զրո կետից ունեն հավասար հեռավորություններ, բայց տարբեր կիսաառանցքների վրա են (օրինակ՝ B և C կետերը նկար 32-ում):

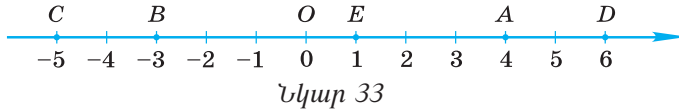
388. Ի՞նչն են անվանում.

- ա) կորդինատային առանցք,
- բ) դրական կորդինատային կիսաառանցք,
- գ) բացասական կորդինատային կիսաառանցք:

389. Ի՞նչ են անվանում զրո թիվը պատկերող կետը:

390. Ինչպե՞ս է որոշվում կորդինատային առանցքի m և n կետերի հեռավորությունը, եթե ա) $m > n$, բ) $m < n$:

391. Ո՞ր կետերն են, որ 0 կետից նույն հեռավորությունն ունեն, բայց տարբեր կիսաառանցքների վրա են:
392. Նկար 33-ում կոորդինատային առանցքի որոշ կետեր նշանակված են A, B, C, D և E տառերով: Նշե՛ք նրանց կոորդինատները:



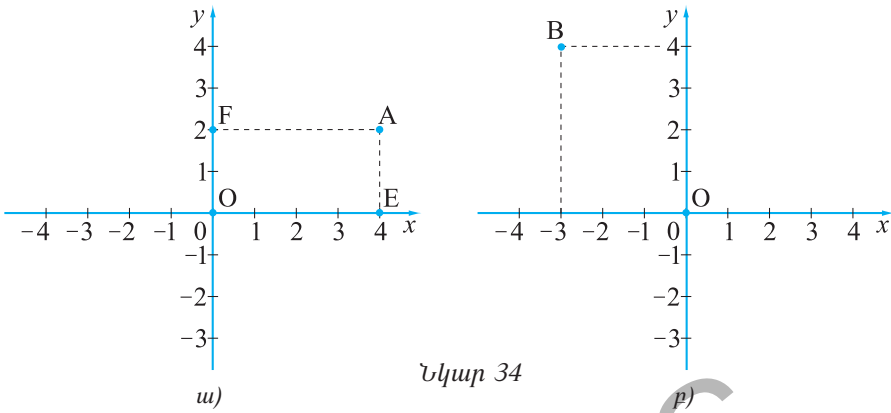
393. Գտե՛ք հատվածի երկարությունը (նկար 33).
- ա) OA, բ) OB, գ) OC, դ) OD, ե) AC,
զ) AE, յ) OE, լ) CB, թ) DA:
394. Գծե՛ք 1 սմ միավոր հատվածով կոորդինատային առանցք: Նշե՛ք A(-5), B(7), C(4), D(-4) կետերը: Հաշվե՛ք հետևյալ հատվածի երկարությունը.
- ա) OA, բ) OB, գ) BC, դ) BD, ե) AD:
Արդյունքը ստուգե՛ք սանտիմետրային քանոնով:
395. Գծե՛ք կոորդինատային առանցք՝ որպես միավոր վերցնելով տետրի մեկ վանդակը: Նշե՛ք O(0), A(5), B(-8), C(9), D(-2) կետերը: Հաշվե՛ք նշված հատվածի երկարությունը.
- ա) OA, բ) OB, գ) AB, դ) AC, ե) DC:
396. Գտե՛ք կոորդինատային առանցքի m և n կետերի հեռավորությունը, եթե.
- ա) $m = 7$, $n = -3$ բ) $m = 3$, $n = -7$
գ) $m = -8$, $n = 0$ դ) $m = -8$, $n = 8$:
397. Կոորդինատային առանցքի վրա նշանակված են 0 և 3 կետերը: Կարկինի օգնությամբ նշե՛ք -3, 6, -6, 9 և -9 կետերը:

2.13. ԿՈՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆ: ԳՐԱՑԻԿՆԵՐ

Առօրյա կյանքում հաճախ հարկ է լինում թվերի միջոցով գտնել տարբեր առարկաների տեղերը: Օրինակ՝ դահլիճում նստատեղերը որոշում են երկու թվով. շարքի համարով և այդ շարքում աթոռի համարով, իսկ որոշակի փողոցում ապրող մարդու հասցեն որոշում են շենքի համարով և այդ շենքում բնակարանի համարով:

Այժմ ծանոթանանք, թե ինչպես են կոորդինատներ վերագրում հարթության կետերին: Այդ նպատակով հարթության վրա վերցնենք նույն O սկզբնակետն ու միավորն ունեցող երկու փոխուղղահայաց կոորդինատային առանցքներ, ինչպես նկար 34 ա)–ում: Հորիզոնական առանցքն անվանենք արքիսների առանցք կամ x -երի առանցք, իսկ ուղղահիգ առանցքը՝ օրդինատների առանցք կամ y -ների առանցք:

Ընդունված է արացիաների առանցքի աջ կիսաառանցքը վերցնել որպես դրական կիսաառանցք, իսկ օրդինատների առանցքի վրա որպես դրական կիսաառանցք վերցնել վերևի կիսաառանցքը:



Նկար 34

Հարթության վրա այսպես կառուցված կորդինատային առանցքների փոխուղղահայաց գույզն անվանում են **ուղղանկյուն կորդինատային համակարգ**, իսկ հարթությունն այդ համակարգի հետ՝ **կորդինատային հարթություն**:

Այժմ ենթադրենք ունենք կորդինատային հարթության որևէ A կետ: Ենթադրենք A կետից արացիաների առանցքին տարած ուղղահայաց ուղիղն այդ առանցքը հատում է E(4) կետում, իսկ օրդինատների առանցքին տարած ուղղահայաց ուղիղն օրդինատների առանցքը հատում է F(2) կետում: E կետի կորդինատը՝ 4-ը, անվանենք A կետի արացիա, իսկ F-ի կորդինատը՝ 2-ը, A կետի օրդինատ և գրենք՝ A(4; 2): 4-ը և 2-ը միասին՝ անվանենք A կետի կորդինատներ (նկար 34 ա):

Այսպիսով՝ A կետին համապատասխանեցրինք (4; 2) **թվազույգը**:

Իմանալով կետի կորդինատները՝ կարող ենք գտնել նրա դիրքը հարթության վրա: Օրինակ, ենթադրենք B կետն ունի (-3; 4) կորդինատները: Արացիաների առանցքի -3 կետում տանենք այդ առանցքին ուղղահայաց ուղիղ, իսկ օրդինատների առանցքի 4 կետում՝ օրդինատների առանցքին ուղղահայաց ուղիղ (նկար 34 բ): Հեշտ է ստուգել, որ այդ երկու ուղիղների հատման B կետի արացիսը կլինի -3, իսկ օրդինատը՝ 4:

Մի օրինակով ցույց տանք, թե ինչպես կարելի է կորդինատային հարթության վրա գրաֆիկի միջոցով ներկայացնել երկու մեծության միջև առկա կապը:

Ստորև բերված նկարում գրաֆիկի միջոցով ներկայացված է հիվանդի ջերմաստիճանի փոփոխությունը՝ հիվանդության տարբեր օրերին: Հիվանդության յուրաքանչյուր օրվա սկզբում չափել են հիվանդի

- 407.** ա) Կոորդինատային հարթության վրա պատկերե՛ք $A(5; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(-2; -2)$, $D(5; -2)$ գագաթներով $ABCD$ ուղղանկյունը: Հաշվե՛ք այդ ուղղանկյան պարագիծն ու մակերեսը:
- բ) Կոորդինատային հարթության վրա նշե՛ք $A(-8; 3)$, $B(1; 3)$, $C(1; -2)$ կետերը: Կառուցե՛ք D կետն այնպես, որ ստացվի $ABCD$ ուղղանկյուն: Հաշվե՛ք այդ ուղղանկյան պարագիծն ու մակերեսը:

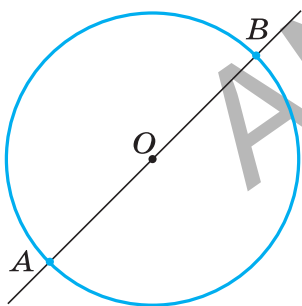
2.14. ՀԱՄԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

1 և -1 թվերը տվյալ կոորդինատային առանցքի կետերով պատկերելու համար հարկավոր է այդ առանցքի վրա նրա սկզբնակետից հավասարահեռ երկու կետ նշել (նկար 35): Այդպիսի կետերի մասին ասում են, որ նրանք համաչափ (սիմետրիկ) են O կետի նկատմամբ:



Նկար 35

Ընդհանրապես A և B կետերը կոչվում են **համաչափ O կետի նկատմամբ**, եթե այդ երեք կետերը մի ուղղի վրա են, և O -ն AB հատվածը բաժանում է երկու հավասար հատվածների: Այդ դեպքում ասում են, որ **O -ն AB հատվածի միջնակետն է**:



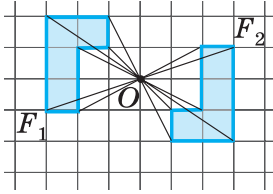
Նկար 36

Նկար 36-ում շրջանագծի O կենտրոնով անցնող ուղիղը շրջանագիծը հատում է A և B կետերում: AO և OB հատվածները հավասար են, ուրեմն A և B կետերը համաչափ են O կետի նկատմամբ:

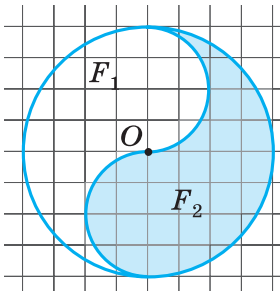
Նկատենք, որ եթե նկար 36-ի A կետը 180° -ով պտտենք O կետի շուրջը, ապա այն կհամատեղվի B կետի հետ:

Դիցուք հարթության վրա ունենք F_1 և F_2 պատկերներն ու O կետը: Եթե O կետի շուրջը 180° պտույտի դեպքում պատկերներից մեկը համատեղվում է մյուսին, ապա այդպիսի պատկերները կոչվում են **O կետի նկատմամբ համաչափ պատկերներ**: Այդպիսի համաչափությունն անվանում են **կենտրոնային համաչափություն**: Եթե F_1 և F_2 պատկերները կենտրոնային համաչափ են, ապա նրանք իրար վրա դնելիս կարող են համընկնել, ուրեմն նաև հավասար են $F_1 = F_2$:

Կենտրոնային համաչափ կամայական պատկերները հավասար են:



Նկար 37

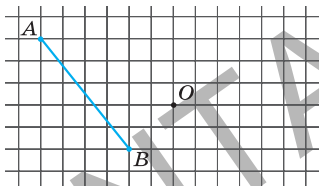


Նկար 38

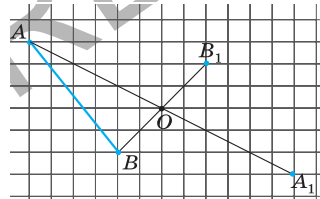
Նկար 37-ում և 38-ում քերված են կենտրոնային համաչափ F_1 և F_2 պատկերների օրինակներ. երկու դեպքում էլ $F_1 = F_2$:

Խնդիր 1: Տրված են AB հատվածը և նրան չպատկանող O կետը (նկար 39): Կառուցենք O կետի նկատմամբ AB հատվածին համաչափ A_1B_1 հատվածը:

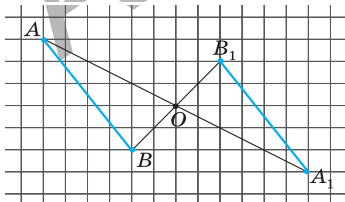
Լուծում: Տանենք AO ձառագայթը և նրա վրա կարկինով անջատենք OA -ին հավասար OA_1 հատվածը: A_1 -ը կլինի A -ի համաչափն O կետի նկատմամբ: Նման ձևով կառուցենք B կետին O -ի նկատմամբ համաչափ B_1 կետը (նկար 40): Միացնելով A_1 և B_1 կետերը՝ կստանանք O -ի նկատմամբ AB -ին համաչափ A_1B_1 հատվածը (նկար 41):



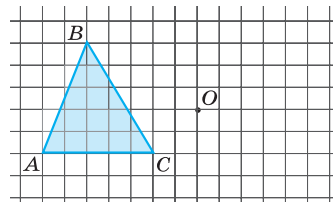
Նկար 39



Նկար 40



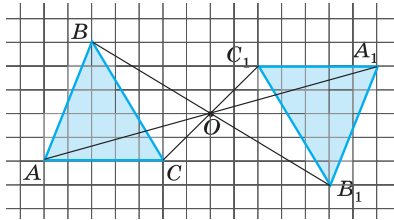
Նկար 41



Նկար 42

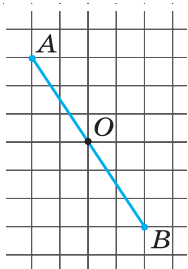
Խնդիր 2: Տրված են ABC եռանկյունն ու նրանից դուրս գտնվող O կետը (նկար 42): Կառուցենք O կետի նկատմամբ ABC եռանկյանը համաչափ $A_1B_1C_1$ եռանկյունը:

Խնդիրը լուծելու համար բավական է նախորդ խնդրի լուծման եղանակով կառուցել O կետի նկատմամբ A , B , C կետերին համաչափ A_1 , B_1 , C_1 կետերը: Ստացված $A_1B_1C_1$ եռանկյունը կլինի որոնելին (նկար 43):

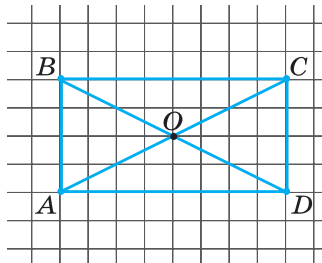


Նկար 43

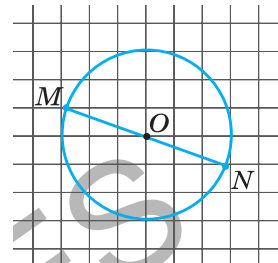
Հարթության այն պատկերը, որը տրված O կետի շուրջը 180° պտտելու դեպքում համընկնում է ինքն իր հետ, անվանում են O կետի նկատմամբ համաչափ պատկեր: Ասում են նաև, որ այդ պատկերն ունի համաչափության կենտրոն (տվյալ դեպքում՝ O -ն): Համարվում է, որ համաչափության կենտրոնն ինքն իրեն համաչափ է (իր նկատմամբ):



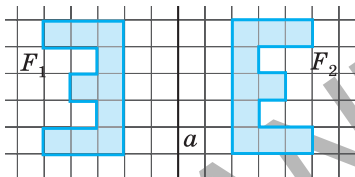
Նկար 44



Նկար 45



Նկար 46



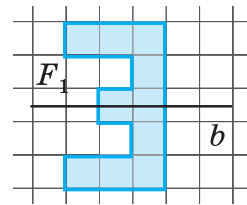
Նկար 47

Օրինակ՝ AB հատվածը համաչափ է իր միջնակետի նկատմամբ (նկար 44), $ABCD$ ուղղանկյունը համաչափ է իր անկյունագծերի հատման կետի նկատմամբ (նկար 45), O կենտրոնով շրջանագիծը համաչափ է իր կենտրոնի նկատմամբ (նկար 46): Ուղիղը համաչափ է իր ցանկացած կետի նկատմամբ:

Հարթության պատկերների համար, բացի կենտրոնային համաչափությունից, գոյություն ունի նաև համաչափության մի այլ տեսակ՝ համաչափություն ուղղի նկատմամբ (առանցքային համաչափություն):

Նկար 47-ում տրված են F_1 և F_2 պատկերներն ու a ուղիղը: Եթե նկարի հարթությունը ծալենք առողով, ապա F_1 և F_2 պատկերները կհամատեղվեն: Այդպիսի պատկերներն անվանում են **ուղղի նկատմամբ համաչափ պատկերներ**:

Նկար 48-ում դիտարկվում է նույն F_1 պատկերն ու b ուղիղը: Եթե նկարի հարթությունը ծալենք b ուղղով, ապա F_1 պատկերի մի մասը կհամատեղվի նրա մյուս մասի հետ: Այդպիսի պատկերն անվանում են **համաչափության առանցք**, իսկ համաչափության այդ տեսակը՝ **առանցքային համաչափություն**:



Նկար 48



Նկար 49



Նկար 50



Նկար 51



Նկար 52

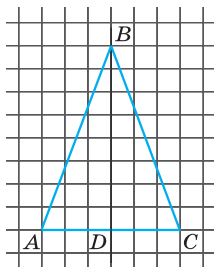
Համաչափությունը հաճախ հանդիպում է բնության մեջ՝ ծառերի տերևներին, թիթեռնիկների թևերին, ձյան փաթիլներին հաղորդելով հատուկ գեղեցկություն: Պատահական չէ, որ Հին Հայաստանում «համաչափություն» բառն օգտագործվում էր ամբողջում նրա մասերի տեղաբաշխման «գեղեցկության», «համակողմանիության», «համանմանության» իմաստներով: Նկար 49-ում և նկար 50-ում պատկերված են թիսկենու տերև և թիթեռ:

Առանցքային համաչափությունը հաճախ օգտագործվում է գինանշանների և խորհրդանիշերի ստեղծման ժամանակ: 51 և 52 նկարներում պատկերված են Ռուսաստանի Դաշնության գինանշանը և Խնայբանկի խորհրդանիշը, որոնցից յուրաքանչյուրը համաչափության առանցք ունի:

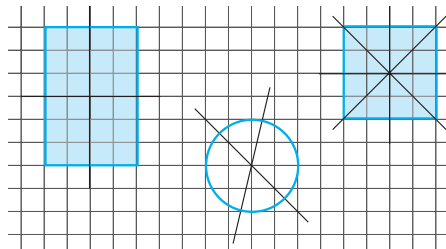
Հայաստանում հնուց ի վեր համաչափությունը լայնորեն կիրառվել է ճարտարապետությունում, գորգագործությունում, մանրանկարչությունում, ասեղնագործությունում և այլ ասպարեզներում:

Առանցքային համաչափությունը հատուկ է երկրաչափական շատ պատկերների: Օրինակ՝ նկար 53-ում պատկերված է BD ուղղի նկատմամբ համաչափ ABC հավասարաարուն եռանկյունը:

Կան և այնպիսի պատկերներ, որոնք ունեն համաչափության մի քանի առանցքներ: Օրինակ՝ ուղղանկյունն ունի երկու, քառակուսին՝ չորս, իսկ շրջանագիծը՝ անվերջ շատ համաչափության առանցք (նկար 54): Շրջանագծի կենտրոնով անցնող յուրաքանչյուր ուղիղ նրա համար համաչափության առանցք է:



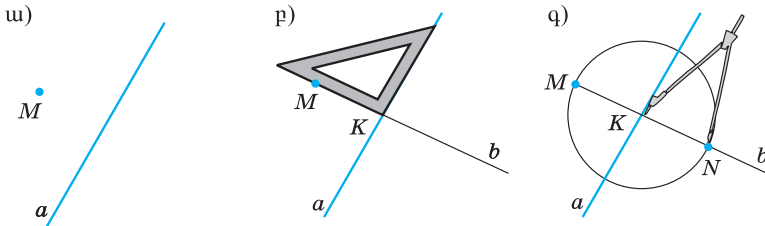
Նկար 53



Նկար 54

Խնդիր 3: Տրված են a ուղիղը և նրա վրա չգտնվող M կետը (նկար 55 ա): Կառուցենք M կետին a ուղղի նկատմամբ համաչափ N կետը:

Լուծում: Անկյունային քանոնի միջոցով M կետով տանենք a ուղղին ուղղահայաց b ուղիղը: a և b ուղիղների հատման կետը նշանակենք K -ով (նկար 55 ք): MK ճառագայթի վրա կարկինով անջատենք MK -ին հավասար KN հատվածը: Ստացված N կետը կլինի M -ի համաչափը a ուղղի նկատմամբ (նկար 55 գ):



Նկար 55

Եթե տրված են ABC եռանկյունը և այդ եռանկյան հարթության a ուղիղը, ապա այդ ուղղի նկատմամբ A, B, C կետերին համաչափ կետերը նշանակելով A_1, B_1, C_1 , կստանանք ABC եռանկյանն a ուղղի նկատմամբ համաչափ $A_1 B_1 C_1$ եռանկյունը:

408. Կոորդինատային առանցքի n -րդ կետն է ա) 5-ի, բ) -7-ի, գ) 0-ի համաչափը սկզբնակետի նկատմամբ:

409. Բացատրե՛ք՝ n -րդ երկու կետերն են համարվում համաչափ տրված O կետի նկատմամբ:

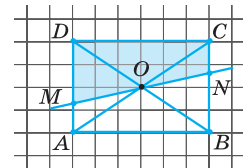
410. Ըստ նկար 56-ի որոշե՛ք, թե որ կետն է O կետի նկատմամբ համաչափ հետևյալ կետին.

- ա) A , բ) B , գ) C ,
- դ) D , ե) M , զ) N , է) O :

411. Ըստ նկար 56-ի որոշե՛ք, թե որ հատվածն է O կետի նկատմամբ համաչափ հետևյալ հատվածին.

- ա) AB , բ) AD , գ) BC , դ) AO ,
- ե) BO , զ) OC , է) BD , ը) MN :

412. Ըստ նկար 56-ի որոշե՛ք, թե տրված պատկերն O կետի նկատմամբ որ պատկերին է համաչափ.



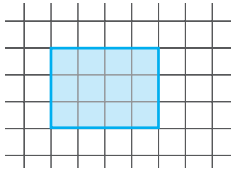
Նկար 56

- ա) BCO եռանկյունը, բ) ADC եռանկյունը,
- գ) CNO եռանկյունը, դ) $ABCD$ ուղղանկյունը,
- ե) $DCNM$ քառանկյունը:

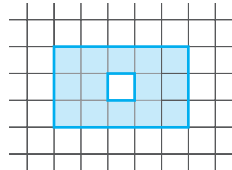
413. Վանդակավոր թղթի վրա պատկերված է 3×4 չափերով ուղղանկյուն (նկար 57): Գտե՛ք այդ ուղղանկյունը երկու հավասար պատկերների

տրոհելու 5 եղանակ այնպես, որ կտրտման գծերն անցնեն վանդակավոր թղթի գծերով:

414. Վանդակավոր թղթի վրա գծագրե՛ք 3×5 չափերով ուղղանկյուն, որից հեռացված է կենտրոնական քառակուսին (նկար 58): Գտե՛ք ստացված պատկերը երկու հավասար մասերի բաժանելու 5 եղանակ այնպես, որ կտրտման գծերը անցնեն վանդակավոր թղթի գծերով:



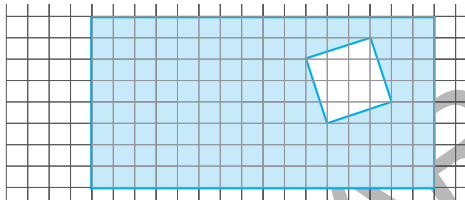
Նկար 57



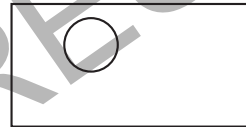
Նկար 58

415. Վանդակավոր թղթի վրա պատկերված է 6×6 չափերով քառակուսի: Գտե՛ք այդ քառակուսին երկու հավասար մասերի բաժանելու 6 եղանակ, որ կտրտման գծերը անցնեն վանդակների գծերով:
416. Կարելի՞ է արդյոք վանդակավոր թղթի վրա պատկերված 5×5 չափերով քառակուսին վանդակների գծերով կտրելով բաժանել երկու հավասար մասերի:
417. Ապացուցե՛ք, որ ուղղանկյան համաչափության կենտրոնով անցնող կամայական ուղիղ ուղղանկյունը տրոհում է երկու հավասար պատկերների:
418. Ապացուցե՛ք, որ տրված պատկերի համաչափության կենտրոնով անցնող կամայական ուղիղ պատկերը տրոհում է երկու հավասար մասերի:
419. Կառուցե՛ք O կենտրոնով շրջանագիծ: Նշե՛ք նրա վրա մի M կետ: Կառուցե՛ք M -ին O կետի նկատմամբ համաչափ N կետը: Ճի՞շտ է արդյոք, որ շրջանագծի կենտրոնը նրա համար համաչափության կենտրոն է:
420. Կառուցե՛ք O կենտրոնով շրջանագիծ: Շրջանագծի կետերն իր ներքին կետերի հետ միասին անվանում են շրջան: Ճի՞շտ է արդյոք, որ O -ն շրջանի համար համաչափության կենտրոն է:
421. Տրված են AB հատվածն ու նրանից դուրս O կետը: Կառուցե՛ք O կետի նկատմամբ A -ին համաչափ A_1 և B -ին համաչափ B_1 կետերը: Միացրե՛ք A_1 ու B_1 , A ու A_1 , B ու B_1 կետերը: Նշե՛ք O կետի նկատմամբ համաչափ հատվածների բոլոր զույգերը: Ստացված հատվածներից որո՞նք են իրենք իրենց համաչափ O կետի նկատմամբ:

- 422. Տրված է ABC եռանկյունը: Կառուցե՛ք A կետի նկատմամբ ABC եռանկյանը համաչափ եռանկյունը:
- 423. Տրված են ABC եռանկյունն ու նրա AB կողմի վրա գտնվող O կետը: Կառուցե՛ք O կետի նկատմամբ ABC եռանկյանը համաչափ եռանկյունը:
- 424. Ուղղանկյունից անջատել են քառակուսի, ինչպես ցույց է տրված նկար 59-ում: Տարե՛ք ուղիղ, որով ներկված պատկերը տրոհվի երկու հավասար մակերեսներով մասերի:
- 425. Մի անգամ Աստված Ագռավին մի կտոր պանիր ուղարկեց: Ենթադրենք, ի տարբերություն հայտնի առակի հերոսի, մեր Ագռավը ցանկացավ պանիրը կիսել Աղվեսի հետ: Ինչպե՞ս պետք է նա պանիրը կտրի ուղիղ գծով, եթե այն ունի կլոր անցքով ուղղանկյան տեսք (նկար 60): (Պանրի կտորի հաստությունը բոլոր մասերում նույնն է):

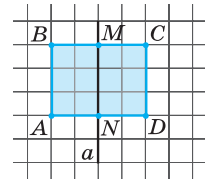


Նկար 59



Նկար 60

- 426. Ո՞ր երկու պատկերներն են համարվում համաչափ տրված a ուղղի նկատմամբ:
- 427. Ըստ նկար 61-ի որոշե՛ք, թե որ կետն է a ուղղի նկատմամբ համաչափ հետևյալ կետին.
 - ա) A, բ) B, գ) C, դ) D, ե) M:
- 428. Ըստ նկար 61-ի որոշե՛ք, թե որ հատվածն է a ուղղի նկատմամբ համաչափ հետևյալ հատվածին.
 - ա) AB, բ) BM, գ) BC, դ) CD,
 - ե) AN, զ) ND, է) AD:
- 429. Ըստ նկար 61-ի որոշե՛ք, թե որ պատկերն է a ուղղի նկատմամբ համաչափ հետևյալ ուղղանկյանը.
 - ա) ABMN, բ) MCDN, գ) ABCD:
- 430. Ո՞ր պատկերն են համարում տրված a ուղղի նկատմամբ համաչափ պատկեր:
- 431. Վանդակավոր թղթի վրա կառուցե՛ք 4×6 չափսերով ուղղանկյուն և նրա բոլոր համաչափության առանցքները: Քանի՞ համաչափության առանցք ունի ուղղանկյունը:



Նկար 61

432. Վանդակավոր թղթի վրա կառուցե՛ք քառակուսի և նրա բոլոր համաչափության առանցքները: Քանի՞ համաչափության առանցք ունի քառակուսին:
433. Կառուցե՛ք O կենտրոնով շրջանագիծ և նրա համաչափության որևէ երեք առանցք: Որքա՞ն համաչափության առանցքներ ունի շրջանագիծը:
434. Տեսրում արտանկարե՛ք այբուբենի այն տառերը, որոնք ունեն համաչափության առանցք: Նրանցից յուրաքանչյուրի համար նշեք համաչափության առանցքների քանակը:
- Ա Բ Գ Դ Ե Զ Է Ը Թ Ժ Ի Լ Խ
 Ծ Կ Հ Ձ Ղ Ճ Մ Յ Ն Շ Ո Չ Պ
 Զ Ռ Ս Վ Տ Ր Ց ՌԼ Փ Ք ԵՎ Օ Ֆ
435. Տեսրում գծե՛ք պատկեր, որն ունի.
 ա) մեկ համաչափության առանցք,
 բ) երկու համաչափության առանցք:
436. Թղթի թերթը երկտակ ծալե՛ք ուղիղ գծով, մկրատով կտրե՛ք առանցքային համաչափությամբ օժտված մի պատկեր:
437. Տրված են AB հատվածը և այդ հատվածը չհատող b ուղիղը: Կառուցե՛ք b ուղղի նկատմամբ AB հատվածին համաչափ MN հատվածը:
438. Տրված են b ուղիղն ու այն հատող AB հատվածը: Կառուցե՛ք b ուղղի նկատմամբ AB -ին համաչափ MN հատվածը:
439. Տրված են ABC եռանկյունը և այդ եռանկյունը չհատող b ուղիղը: Կառուցե՛ք b ուղղի նկատմամբ ABC եռանկյանը համաչափ եռանկյունը:
440. Տրված են ABC եռանկյունը և նրա երկու կողմերը հատող b ուղիղը: Կառուցե՛ք b ուղղի նկատմամբ ABC եռանկյանը համաչափ եռանկյունը:
441. Տրված են b ուղիղ և այն հատող շրջանագիծ: Կառուցե՛ք b ուղղի նկատմամբ այդ շրջանագծին համաչափ շրջանագիծը:

2.15. ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿ

Բացասական թվերի մեզ հայտնի առաջին հիշատակումը հանդիպում է «Մաթեմատիկան ինը գրքերում» (Զան Ցան, III դար մ.թ.ա., Չինաստան) գրքերից մեկում: Բացասական թիվն այդ ժամանակ հասկացվում էր որպես պարտք, իսկ դրականը՝ ունեցվածք: Բացասական թվերի գումարումն ու հանումը իրագործվում էր պարտքի մասին դատողություններով:

Օրինակ՝ բացասական թվերի գումարման կանոնը ձևակերպվում էր հետևյալ կերպ. «Եթե մի պարտքին ավելացնենք մի այլ պարտք, ապա կստանանք պարտք, ոչ թե՛ ունեցվածք»: «Մինուս» նշան այն ժամանակ չի եղել, իսկ դրական և բացասական թվերը տարբերելու համար Ջան Ցանը դրանք գրել է տարբեր գույնի թանաքներով:

Հին հույն գիտնական Դիոֆանտը (III դար) ազատորեն գործողություններ էր կատարում բացասական թվերով: Դրանք անընդհատ հանդիպում են նրա «Թվաբանություն» գրքի շատ խնդիրների լուծման միջանկյալ հաշվարկներում: Օրինակ՝ բացասական թվերով բազմապատկման գործողությունները Դիոֆանտը մեկնաբանում էր այսպես. «Հանվողը հանվողով բազմապատկելիս ստացվում է ավելացվող, իսկ հանվողը ավելացվողով բազմապատկելիս ստացվում է հանվող»:

Մեր թվարկության VI–VII դարերում հնդիկ մաթեմատիկոսներն էլ էին արդեն օգտվում բացասական թվերից, բայց դեռևս դրանք հասկանալով որպես պարտք: Առաջին անգամ բացասական թվերով բոլոր չորս թվաբանական գործողությունները բերված են հնդիկ մաթեմատիկոս և աստղագետ Բրամահուպտայի (598–660) կողմից: Օրինակ՝ բաժանման կանոնը նա ձևակերպում էր այսպես. «Դրականը բաժանած դրականի, կամ բացասականը բաժանած բացասականի՝ դառնում է դրական: Բայց դրականը բաժանած բացասականի կամ բացասականը բաժանած դրականի՝ մնում է բացասական»:

Հնդիկներից անկախ, որպես դրական թվերի հակադրություններ, բացասական թվերին է հանգել իտալացի մաթեմատիկոս Լեոնարդո Պիզանսկին (Ֆիբոնաչի) (XIII դար): Առաջինը գերմանացի մաթեմատիկոս Շտիֆելն է, որ բացասական թվերը դիտել է որպես զրոյից փոքր թվեր («փոքր, քան ոչինչը»):

Սակայն XVI–XVII դարերում անգամ եվրոպական շատ մաթեմատիկոսներ չէին ընդունում բացասական թվերը. հաշվարկներում այդպիսի թվեր հանդիպելիս անվանում էին դրանք կեղծ, անհնարին:

Բացասական թվերի ժամանակակից մեկնաբանությունը, հիմնված կոորդինատային առանցքի վրա զրոյից ձախ հատվածներ տեղադրելու վրա, տրված է հոլանդացի մաթեմատիկոս Ա. Ժիրարի (1595–1632) և ֆրանսիացի մաթեմատիկոս ու փիլիսոփա Ռ. Դեկարտի (1596–1650) աշխատանքներում:

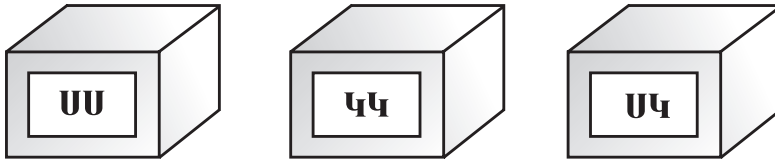
Այսպիսով՝ բացասական թվերի ժամանակակից մեկնաբանմանը հանգելու համար բազմաթիվ գիտնականների դեգերումներն ու ջանքերն են պահանջվել Ջան Ցանից մինչև Դեկարտն ընկած 18 երկարաձիգ դարերի ընթացքում:

– Ոչ, սխալվում եք, ես չեմ ծխում արդեն 24 օր:

Ճիշտ գնահատեց արդյոք վարողը խաղացողի պատասխանը:

- 453.** Հանդիպեցին երեք դասընկերուհի՝ Կանաչյանը, Կապուտիկյանը և Սևոյանը: Նրանցից մեկը հագել էր սև շրջագգեստ, մյուսը՝ կապույտ, իսկ երրորդը՝ կանաչ: Կանաչյանը դիմեց Սևոյանին. «Եթե ես ու դու փոխենք մեր զգեստները, ապա երեքիս զգեստների գույները կհամապատասխանեն մեր ազգանուններին»: Ով ո՞ր զգեստով էր:
- 454.** Գոհարը, Լուսինեն, Լիլիթն ու Տիգրանը մրցումներում զբաղեցրին առաջին չորս տեղերը: Այն հարցին, թե ով որ տեղն է զբաղեցրել, նրանցից երեքը պատասխանեցին.
- 1) Գոհարը ոչ առաջինն է, ոչ՝ չորրորդը,
 - 2) Լուսինեն երկրորդն է,
 - 3) Լիլիթը չորրորդը չէ:
- Ո՞ր տեղն էր զբաղեցրել ամեն մեկը:
- 455.** Ունենք մետաղադրամներով լի երեք քսակ: Նրանցից մեկում 9 գրամանոց կեղծ մետաղադրամներ են: Մնացած քսակներում 10 գրամանոց իսկական մետաղադրամներ են: Ունենք կշեռք, որով կարելի է պարզել քսակներից ընտրած մետաղադրամների ցանկացած հավաքածուի ընդհանուր կշիռը: Ինչպե՞ս մեկ կշռումով որոշել, թե որ քսակում են կեղծ մետաղադրամները:
- 456.** Լուծե՛ք նախորդ խնդիրը.
- ա) չորս, բ) հինգ, գ) տասը քսակների համար, եթե մեկ քսակում՝ կեղծ, իսկ մնացածում իսկական մետաղադրամներ են:
- 457.** Աշակերտներն արկղում դրեցին երեք գլխարկ՝ մեկը կապույտ, երկուսը կարմիր: Ուսուցիչը գրատախտակի մոտ կանչեց նրանցից երկուսին, որոնք կանգնեցին դեմքով դեպի դասարանը և փակեցին իրենց աչքերը: Ուսուցիչը յուրաքանչյուրի գլխին մի գլխարկ դրեց, իսկ մյուս գլխարկը թաքցրեց արկղում: Աշակերտները բացեցին աչքերը, և նրանցից յուրաքանչյուրը կարող էր տեսնել մյուսի գլխարկը, բայց չէր տեսնի իրենը: Կարո՞ղ է նրանցից որևէ մեկը որոշել իր գլխարկի գույնը, եթե արկղում թաքցրած գլխարկը.
- ա) կարմիր էր, բ) կապույտ էր:
- 458.** Լուծե՛ք նախորդ խնդիրը երկու կապույտ ու 3 կարմիր գլխարկի և երեք աշակերտի համար: Ի՞նչ դեպքեր է պետք դիտարկել:
- 459.** Քաղաք ժամանելուն պես Խոջա Նասրեդինը թակեց առաջին իսկ պատահած տան դուռը և ապաստան խնդրեց: Նասրեդինը փող չունեք, բայց ուներ 7 օղակով ոսկյա շղթա: Տանտերը համաձայնեց 7 օրով տեղավորել Նասրեդինին՝ այսպիսի պայմաններով.
- 1) մեկ օրվա համար Նասրեդինը պետք է վճարի շղթայի մեկ օղակ,
 - 2) յուրաքանչյուր օրվա վարձը պետք է վճարվի այդ օրվա սկզբում,
 - 3) կարելի է սղոցել մեկից ոչ ավելի օղակ:
- Կհաջողվի՞ Նասրեդինին կատարել այդ պայմանները:

- 460.** Մի տուփում դրված են երկու սպիտակ, մյուսում՝ երկու կարմիր, երրորդում՝ մեկ սպիտակ և մեկ կարմիր գնդակ: Յուրաքանչյուր արկղին պիտակ է փակցված, սակայն այն սխալ է արտահայտում այդ տուփի պարունակությունը (սկար 62): Ո՞ր տուփից առանց նայելու պետք է մի գնդակ հանել, որպեսզի հնարավոր լինի որոշել բոլոր տուփերի ճիշտ պարունակությունը:



Նկար 62

- 461.** Դիանան, Էդգարն ու Անահիտը բակում խաղում էին և նրանցից մեկը անզգուշաբար գնդակով կոտրեց պատուհանի ապակին: Դիանան ասաց. «Այդ ես չեմ կոտրել ապակին»: Էդգարն ասաց. «Այդ Անահիտն է կոտրել ապակին»: Հետագայում պարզվեց, որ այդ երկու պնդումներից մեկը ճիշտ է, մյուսը՝ սխալ: Երեխաներից ո՞վ է կոտրել ապակին:
- 462.** *Ս.Ա. Ռաչինսկիի խնդիրներից:* ա) Որոշել եմ՝ 1892 թվին Պետերբուրգում անցկացնել այնքան բռպե, որքան ժամ որ կանցկացնեմ գյուղում: Այդ տարում այլևս ոչ մի տեղ չեմ լինի: Ինչքա՞ն ժամանակ ես կանցկացնեմ Պետերբուրգում: (Մի տեղից մի այլ տեղ փոխադրվելու ժամանակը հաշվի չի առնվում):
- բ) Ես իմ երկու դուստրերից ու երեք ուսուրերից ամեն մեկին նույն քանակությամբ բլիթներ տվեցի: Երբ տղաները իրենց բաժիններից 5-ական բլիթներ կերան, նրանք միասին ունեցան այնքան բլիթ, որքան աղջիկները միասին: Ընդամենը քանի՞ բլիթ էի բաժանել երեխաներին:
- գ) Մոսկվայից Տամբով 450 վերստ է: Միաժամանակ միմյանց ընդառաջ շարժվեցին Մոսկվայից՝ փոստատար, իսկ Տամբովից՝ ապրանքատար գնացքները: Երկրորդն ամբողջ ճանապարհը կարող է անցնել 18 ժամում, իսկ առաջինը՝ երկու անգամ շուտ: Քանի՞ ժամ հետո նրանք կհանդիպեն:
- դ) Դուստրը գործում է օրական 3 արշին: 4 օր միայնակ գործելուց հետո նրան միացավ նաև մայրը, որը գործում էր օրը 5 արշին: Երբ նրանց գործվածքները հավասարվեցին, նրանք դադարեցրին աշխատանքը: Ընդամենը քանի՞ արշին գործեցին:

3

գլուխ

ՌԱՅԻՈՆԱԿ ԹՎԵՐ

3.1. ԲԱՅԱՍԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ

Ավելի վաղ ուսումնասիրել ենք սովորական կոտորակները. նրանք նաև կոչվում են դրական կոտորակներ:

Օրինակ՝ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{8}{7}, \frac{6}{6}, \frac{7}{1}$ թվերը դրական կոտորակներ են:

Երբեմն դրական կոտորակի առջև «+» նշան են դնում՝ համարելով, որ դրանից թիվը չի փոխվում, այսինքն՝

$$+\frac{1}{2} = \frac{1}{2}, +\frac{8}{7} = \frac{8}{7}, +\frac{7}{1} = \frac{7}{1}$$

Դրական կոտորակի առջև «-» նշան դնելով՝ համարվում է, որ ստացվում է նոր թիվ. այն անվանում են **բացասական կոտորակային թիվ** կամ **բացասական կոտորակ**:

Օրինակ՝ $-\frac{1}{2}, -\frac{8}{7}, -\frac{7}{1}$ թվերը բացասական կոտորակներ են:

Ինչպես գիտեք, միայն նշանով տարբերվող թվերն անվանում են **հակադիր թվեր**:

Օրինակ՝ $(+\frac{1}{2})$ և $(-\frac{1}{2})$, թվերը հակադիր են:

Հակադիր թվերից մեկը դրական է, մյուսը՝ բացասական: Բացառություն է 0 թիվը՝ 0-ն հակադիր է ինքն իրեն:

$0 = +\frac{0}{n} = -\frac{0}{n}$, որտեղ n -ը ցանկացած բնական թիվ է:

Հիշենք, որ 0-ն ո՛չ դրական է, ո՛չ էլ՝ բացասական:

Եթե ցանկացած նշանի կոտորակի առջև «+» նշան դնենք, ապա կստանանք նույն թիվը, եթե «-» նշան դնենք, ապա կստանանք այդ կոտորակին հակադիր թիվը: Օրինակ՝

$$+\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$-\left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

Մտցնենք կոտորակի **բացարձակ արժեքի** կամ **մոդուլի** գաղափարը:

Գրական կոտորակի մոդուլ անվանում են այդ կոտորակն ինքը:

Օրինակ՝ $\frac{5}{8}$ կոտորակի մոդուլը $\frac{5}{8}$ է, ինչը գրում են այսպես. $\left|\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$:

Բացասական կոտորակի մոդուլ անվանում են նրան հակադիր (դրական) կոտորակը:

Օրինակ՝ $-\frac{5}{8}$ կոտորակի մոդուլը $\frac{5}{8}$ է, ինչը գրում են այսպես. $\left|-\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$:

Զրոյի մոդուլը զրո է:

$$|0| = 0$$

Հակադիր թվերի մոդուլները նույնն են:

Օրինակ՝ $\left|\frac{5}{8}\right| = \left|-\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$:

Կոտորակի «-» նշանը նրա առջև դնելու փոխարեն կարելի է գրել նրա **համարիչում կամ հայտարարում**: Օրինակ՝ ձիշտ են հետևյալ հավասարությունները.

$$-\frac{1}{2} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2},$$

$$-\frac{5}{7} = \frac{-5}{7} = \frac{5}{-7},$$

$$-\frac{13}{16} = \frac{-13}{16} = \frac{13}{-16},$$

$$-\frac{0}{2} = \frac{-0}{2} = \frac{0}{-2} = 0:$$

463. Գրե՛ք երեք բացասական կոտորակ:

464. Ո՞ր թվերն են անվանում հակադիր: Բերե՛ք օրինակներ:

465. Ո՞ր թիվն է հակադիր.

ա) զրոյին,

բ) տրված դրական կոտորակին,

գ) տրված բացասական կոտորակին:

466. Ի՞նչն են անվանում.

ա) դրական կոտորակի մոդուլ,

բ) բացասական կոտորակի մոդուլ,

գ) զրոյի մոդուլ:

467. Ո՞ր կոտորակներն են դրական, որոնք՝ բացասական.

$$\frac{1}{6}, \quad -\frac{1}{3}, \quad \frac{0}{4}, \quad -\frac{2}{7}, \quad -\frac{3}{1}, \quad -\frac{0}{2}$$

468. Նշե՛ք $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{9}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{3}{7}$, $\frac{-4}{11}$ կոտորակներին հակադիր կոտորակները:

469. Ո՞ր թիվն է ինքն իր հակադիրը:

Օգտվելով բերված նմուշային օրինակներից՝ պարզեցրե՛ք գրառումը (470, 471).

470. $\text{ա) } |8|=8 \quad \text{բ) } |-7|=7 \quad \text{գ) } \left|\frac{1}{9}\right|=\frac{1}{9}, \quad \text{դ) } \left|\frac{-2}{3}\right|=\frac{2}{3}:$

$\text{ե) } |2|, \quad \text{զ) } |-3|, \quad \text{է) } |0|, \quad \text{ը) } \left|\frac{1}{4}\right| \quad \text{թ) } \left|-\frac{1}{5}\right| \quad \text{ժ) } \left|\frac{2}{7}\right|:$

471. $\text{ա) } \left|\frac{-1}{4}\right|, \quad \text{բ) } \left|\frac{-2}{9}\right|, \quad \text{գ) } \left|\frac{-1}{8}\right|, \quad \text{դ) } \left|\frac{-8}{15}\right|:$

$\text{ե) } \left|-\frac{3}{8}\right|, \quad \text{զ) } \left|-\frac{8}{9}\right|, \quad \text{է) } -\left|-\frac{1}{2}\right|, \quad \text{ը) } -\left|-\frac{1}{5}\right|:$

472. Համեմատե՛ք թվերը.

$\text{ա) } \left|\frac{2}{3}\right| \text{ և } \left|-\frac{2}{3}\right|, \quad \text{բ) } |5| \text{ և } \left|-\frac{1}{2}\right|, \quad \text{գ) } \left|-\frac{1}{5}\right| \text{ և } \left|\frac{1}{4}\right|:$

473. Ըստ բերված նմուշօրինակի գրե՛ք կոտորակն այնպես, որ «-» նշանը լինի կոտորակի համարիչում.

$\text{ա) } -\frac{3}{4} = \frac{-3}{4}:$

$\text{բ) } -\frac{5}{7}, \quad \text{գ) } -\frac{7}{3}, \quad \text{դ) } -\frac{4}{9}, \quad \text{է) } -\frac{1}{9}, \quad \text{զ) } -\frac{13}{12}:$

474. Նմուշային օրինակից օգտվելով՝ կոտորակը գրե՛ք այնպես, որ «-» նշանը լինի կոտորակի հայտարարում.

$\text{ա) } -\frac{3}{4} = \frac{3}{-4}:$

$\text{բ) } -\frac{6}{5}, \quad \text{գ) } -\frac{7}{8}, \quad \text{դ) } -\frac{8}{9}, \quad \text{է) } -\frac{17}{18}, \quad \text{զ) } -\frac{18}{17}:$

475. Գրե՛ք $\frac{-2}{7}, \frac{-6}{11}, \frac{-2}{13}, \frac{5}{-7}, \frac{4}{-9}, \frac{12}{-7}$ կոտորակներն այնպես, որ «-» նշանները լինեն կոտորակների առջևում:

476. Հավասար են արդյոք կոտորակները.

$\text{ա) } -\frac{2}{3} \text{ և } \frac{-2}{3}, \quad \text{բ) } \frac{-5}{8} \text{ և } -\frac{5}{8}, \quad \text{գ) } \frac{4}{9} \text{ և } \frac{-4}{9}, \quad \text{դ) } -\frac{5}{7} \text{ և } \frac{5}{7}:$

477. Գտե՛ք թվի մոդուլը.

$\text{ա) } -\frac{1}{2}, \quad \text{բ) } \frac{-2}{3}, \quad \text{գ) } \frac{3}{4}, \quad \text{դ) } \frac{5}{-9}, \quad \text{է) } 0, \quad \text{զ) } -\frac{5}{4}:$

478. Հաշվե՛ք.

$$\text{ա) } \left| -\frac{1}{2} \right| + \left| \frac{1}{2} \right|,$$

$$\text{բ) } \left| -\frac{11}{3} \right| - \left| -\frac{8}{3} \right|,$$

$$\text{գ) } \left| -\frac{10}{3} \right| \cdot \left| -\frac{12}{5} \right|,$$

$$\text{դ) } \left| 2\frac{3}{5} \right| : \left| -\frac{26}{5} \right|:$$

3.2. ՌԱՅԻՆՆԱԼ ԹՎԵՐ

Այն թիվը, որը կարելի է գրել $\frac{a}{b}$ տեսքով, որտեղ a -ն ու b -ն ամբողջ թվեր են, և b -ն 0 չէ, անվանում են կոտորակ (ռացիոնալ կոտորակ) կամ ռացիոնալ թիվ:

Օրինակ՝ $\frac{2}{3}$, $\frac{-6}{5}$, $\frac{8}{-11}$ և $\frac{-7}{-7}$ թվերը ռացիոնալ թվեր են:

a թիվն անվանում են $\frac{a}{b}$ կոտորակի համարիչ, իսկ b թիվը՝ հայտարար:

Կոտորակների հավասարությունը որոշում են կոտորակի հիմնական հատկության միջոցով.

Եթե կոտորակի համարիչն ու հայտարարը բազմապատկենք գրոյից տարբեր միևնույն ամբողջ թվով, ապա կստանանք սկզբնականին հավասար կոտորակ.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad (1)$$

որտեղ a -ն, b -ն, n -ը ամբողջ թվեր են,

$$\text{Օրինակներ՝ 1) } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot (-2)}{4 \cdot (-2)} = \frac{-6}{-8} \quad 2) \frac{-5}{2} = \frac{(-5) \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{-15}{6}$$

$$3) \frac{2}{-3} = \frac{2 \cdot (-1)}{(-3) \cdot (-1)} = \frac{-2}{3}$$

(1) հավասարության միջոցով $\frac{a}{b}$ կոտորակից $\frac{a \cdot n}{b \cdot n}$ կոտորակին անցումը անվանում են կոտորակի բերում նոր հայտարարի, իսկ հետադարձ անցումը՝ կոտորակի կրճատում.

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad (2)$$

(2) հավասարությունը նշանակում է, որ եթե կոտորակի համարիչն ու հայտարարն ունեն գրոյից տարբեր ընդհանուր n ամբողջ արտադրիչ, ապա կոտորակը կարելի է կրճատել n -ով (համարիչն ու հայտարարը բաժանել n -ի): Այդ դեպքում ստացվում է սկզբնականին հավասար կոտորակ:

$$\text{Օրինակներ՝} \quad 1) \frac{-12}{14} = \frac{(-6) \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{-6}{7} \quad 2) \frac{-15}{-9} = \frac{(-3) \cdot 5}{(-3) \cdot 3} = \frac{5}{3}$$

Ընդգծենք, որ երկու կոտորակներ հավասար են այն և միայն այն դեպքում, եթե նրանցից մեկը կրճատելով կարելի է ստանալ մյուսը:

Կարելի է նաև ասել. երկու կոտորակներ հավասար են այն և միայն այն դեպքում, եթե նրանցից մեկի համարիչն ու հայտարարը գրոյից տարբեր թվով բազմապատկելով կարելի է ստանալ մյուսը:

$\frac{a}{b}$ ռացիոնալ թիվը.

ա) դրական կոտորակ է, եթե a -ն ու b -ն նույն նշանի են,

բ) բացասական կոտորակ է, եթե a -ն ու b -ն տարբեր նշանի են,

գ) գրո թիվ է, եթե $a = 0$, $b \neq 0$:

Բերենք դրանք հաստատող օրինակներ.

1) $\frac{3}{5}$ -ը դրական կոտորակ է,

$$\frac{-7}{-8} = \frac{(-7) \cdot (-1)}{(-8) \cdot (-1)} = \frac{7}{8}, \text{ այսինքն } \frac{-7}{-8} \text{ը դրական կոտորակ է:}$$

2) $\frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$, այսինքն $\frac{-3}{5}$ -ը բացասական կոտորակ է,

$$\frac{3}{-8} = -\frac{3}{8}, \text{ այսինքն } \frac{3}{-8} \text{ը բացասական կոտորակ է:}$$

3) $\frac{0}{3} = 0$, $\frac{0}{-5} = \frac{0 \cdot (-1)}{(-5) \cdot (-1)} = \frac{0}{5}$ այսինքն $\frac{0}{3} = 0$, $\frac{0}{-5} = 0$:

Ցանկացած a ամբողջ թվի համար ձիշտ է հավասարությունը.

$$\frac{a}{1} = a:$$

Դա ցույց է տալիս, որ

ցանկացած ամբողջ թիվ ռացիոնալ թիվ է:

$$\text{Օրինակ՝ } -3 = -\frac{3}{1} = \frac{-3}{1}:$$

Օգտվելով կոտորակի հիմնական հատկությունից՝ կարելի է ցանկացած կոտորակ բերել դրական հայտարարի:

ե) $-\frac{81}{-72}$, գ) $-\frac{96}{-143}$ է) $-\frac{15}{42}$, ը) $\frac{-55}{-75}$,
 թ) $-\frac{-125}{625}$, ժ) $\frac{100}{-8}$ ի) $\frac{32}{-512}$, լ) $\frac{-32}{-128}$:

493. Կրճատե՛ք կոտորակը: Արդյունքը գրե՛ք դրական հայտարարով կոտորակի տեսքով.

ա) $\frac{-8}{-12}$, բ) $\frac{-35}{21}$ գ) $\frac{36}{-45}$, դ) $\frac{45}{-63}$,
 ե) $-\frac{35}{77}$, զ) $\frac{-96}{-128}$ է) $\frac{-124}{-196}$, ը) $\frac{252}{-444}$:

494. Գտե՛ք այն x թիվը, որի համար ճիշտ է հավասարությունը.

ա) $\frac{-1}{3} = \frac{x}{3}$, բ) $\frac{-4}{5} = \frac{x}{20}$, գ) $-\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$,
 դ) $-\frac{5}{6} = \frac{x}{30}$, է) $-\frac{4}{5} = \frac{-20}{x}$, զ) $-\frac{x}{3} = \frac{-12}{18}$:

Պարզեցրե՛ք գրելաձևը (**495, 496**).

495. ա) $-\frac{-5}{7}$, բ) $-\frac{4}{-3}$, գ) $-\frac{-3}{7}$, դ) $-\frac{9}{-10}$:

496. ա) $-\left(\frac{-7}{9}\right) = -\frac{-7}{9} = \frac{-(-7)}{9} = \frac{7}{9}$:

բ) $-\left(-\frac{4}{9}\right)$, գ) $-\left(-\frac{-1}{3}\right)$, դ) $-\left(-\frac{2}{-13}\right)$, է) $-\left(-\frac{-1}{-2}\right)$:

497. Հավասար են արդյոք հետևյալ ռացիոնալ թվերը.

ա) $\frac{1}{4}$ և $\frac{-8}{-32}$, բ) $\frac{-75}{100}$ և $\frac{3}{-4}$,
 գ) $\frac{24}{-40}$ և $\frac{-27}{45}$, դ) $\frac{-77}{-78}$ և $\frac{63}{72}$:

498. Կոտորակը գրե՛ք ամբողջ թվի տեսքով.

ա) $\frac{2}{1}$, բ) $\frac{-13}{1}$, գ) $\frac{0}{2}$, դ) $\frac{-14}{7}$, է) $\frac{-32}{-4}$, զ) $\frac{44}{-11}$:

499. $-\frac{17}{9}$, $\frac{37}{-48}$, $\frac{-15}{-5}$, $\frac{0}{-7}$, $\frac{-17}{-1}$, $\frac{16}{-8}$, $-\frac{-46}{23}$, $\frac{-20}{-30}$ ռացիոնալ թվերից դո՛ւրս գրեք նրանք, որոնք. ա) բնական են, բ) ամբողջ են:

500. Հետևյալ ռացիոնալ թվերից գտե՛ք միմյանց հավասարները:

$\frac{3}{-9}$, $\frac{-5}{-10}$, $\frac{4}{-8}$, $\frac{-25}{50}$, $\frac{0}{100}$, $\frac{17}{34}$, $\frac{0}{-72}$, $\frac{100}{-300}$:

501. Գրե՛ք դրական հայտարարով և տրված թվի՛ն հավասար 3 կոտորակ.

ա) 5, բ) -2, գ) -28, դ) 0:

502. Գրական՝ն է, բացասական՝ն է արդյոք տրված կոտորակը.

ա) $\frac{3}{5}$, բ) $\frac{-5}{9}$, գ) $\frac{4}{-3}$, դ) $\frac{0}{-1}$, ե) $\frac{-6}{-8}$,
 զ) $-\frac{1}{3}$, է) $-\frac{7}{9}$, ը) $\frac{0}{-4}$, թ) $\frac{-9}{17}$, ժ) $\frac{-31}{-4}$.

503. Գրե՛ք տրվածին հակադիր կոտորակը.

ա) $-\frac{1}{5}$, բ) $\frac{-1}{3}$, գ) $\frac{4}{7}$, դ) $-\frac{5}{6}$, ե) $-\frac{7}{8}$, զ) $\frac{-1}{-3}$:

504. Նո՞ւյն, թե՞ տարբեր նշանի են m ու n թվերը ($m \cdot n \neq 0$) եթե ձիշտ է հավասարությունը.

ա) $\left| \frac{m}{n} \right| = \frac{m}{n}$, բ) $\left| \frac{m}{n} \right| = -\frac{m}{n}$:

3.3. ՌԱՅԻՆՆԱԿ ԹՎԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒՄԸ

Կամայական երկու կոտորակ կարելի է բերել ընդհանուր դրական հայտարարի:

Օրինակ՝ $\frac{2}{-7}$ և $-\frac{3}{5}$ կոտորակները բերենք ընդհանուր դրական հայտարարի.

$$\frac{2}{-7} = \frac{2 \cdot (-5)}{(-7) \cdot (-5)} = \frac{-10}{35}, \quad -\frac{3}{5} = -\frac{(-3) \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{-21}{35}.$$

Փաստորեն երկու ռացիոնալ թիվ բերել դրական ընդհանուր հայտարարի՝ նշանակում է նրանք ներկայացնել $\frac{a}{b}$ և $\frac{c}{b}$ տեսքերով, որտեղ b -ն բնական, իսկ a -ն ու c -ն ամբողջ թվեր են:

Ընդհանուր դրական հայտարարով երկու կոտորակներ հավասար են, եթե հավասար են նրանց համարիչները:

Ընդհանուր դրական հայտարարով երկու կոտորակներից մեծ է այն, որի համարիչը մեծ է:

Այսպիսով՝ ընդհանուր դրական հայտարարով կոտորակների համեմատումը հանգում է ամբողջ թվերի՝ այդ կոտորակների համարիչների, համեմատմանը:

Օրինակ 1. Համեմատենք $\frac{-6}{7}$ և $\frac{-5}{7}$ կոտորակները:

Քանի որ $-6 < -5$, ապա $\frac{-6}{7} < \frac{-5}{7}$:

Տարբեր հայտարարներով երկու կոտորակներ համեմատելու համար կարելի է դրանք բերել ընդհանուր դրական հայտարարի և համեմատել ստացված կոտորակները:

Օրինակ 2. Համեմատենք $\frac{5}{-8}$ և $-\frac{3}{4}$ կոտորակները:

$$\frac{5}{-8} = \frac{-5}{8}, \quad -\frac{3}{4} = \frac{-3}{4} = \frac{(-3) \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{-6}{8}:$$

Քանի որ $-5 > -6$, ապա $\frac{-5}{8} > \frac{-6}{8}$, ուրեմն $\frac{5}{-8} > -\frac{3}{4}$:

Նշենք, որ կոտորակների համեմատման կանոնից հետևում է.

- 1) ցանկացած դրական կոտորակ մեծ է զրոյից,
- 2) ցանկացած բացասական կոտորակ փոքր է զրոյից,
- 3) ցանկացած դրական կոտորակ մեծ է բացասականից,
- 4) երկու կոտորակ հավասար են այն և միայն այն դեպքում, եթե ընդհանուր դրական հայտարարի բերելուց հետո, հավասար են նրանց համարիչները:

505. Ինչպե՞ս են համեմատում.

- ա) ընդհանուր դրական հայտարարով կոտորակները,
բ) տարբեր հայտարարներով կոտորակները:

506. Ձևակերպե՛ք ա) դրական կոտորակի և զրոյի, բ) բացասական կոտորակի և զրոյի, գ) դրական կոտորակի և բացասական կոտորակի համեմատության կանոնը:

Համեմատե՛ք թվերը (**507–512**).

507. ա) 15 և -45, բ) 79 և 0, գ) -81 և 0,
դ) 48 և -1000, ե) -999 և -1, զ) 46 և -46:

508. ա) $\frac{3}{7}$ և $\frac{4}{7}$, բ) $\frac{49}{50}$ և $\frac{4}{5}$, գ) $\frac{11}{20}$ և $\frac{17}{30}$:

509. ա) $\frac{37}{452}$ և $\frac{207}{388}$, բ) $\frac{456}{729}$ և $\frac{895}{891}$, գ) $\frac{999}{1000}$ և $\frac{1000}{1001}$:

510. ա) $\frac{6}{7}$ և $\frac{8}{7}$, բ) 1 և $\frac{7}{8}$, գ) 1 և $\frac{9}{8}$, դ) $\frac{1}{2}$ և $\frac{1}{3}$:

511. ա) -1 և -2, բ) -12 և -7, գ) $-\frac{1}{2}$ և 0, դ) 0 և $\frac{-3}{4}$:

512. ա) $-\frac{1}{2}$ և $\frac{1}{2}$, բ) $-\frac{4}{5}$ և $-\frac{3}{5}$, գ) $-\frac{1}{7}$ և $\frac{-3}{7}$, դ) $-\frac{3}{8}$ և $\frac{5}{-8}$:

513. Թվերը գրե՛ք աճման կարգով.

$$-\frac{1}{8}, \quad -\frac{5}{8}, \quad -\frac{6}{8}, \quad -\frac{2}{8}, \quad -\frac{9}{8}, \quad -1, \quad -\frac{3}{8}, \quad -\frac{4}{8}:$$

514. Թվերը գրե՛ք նվազման կարգով.

$$-\frac{7}{4}, \quad -\frac{1}{4}, \quad -\frac{15}{4}, \quad -\frac{3}{4}, \quad -2:$$

515. Գտե՛ք մի կոտորակ, որը մեծ լինի տրված երկու կոտորակներից մեկից և փոքր՝ մյուսից.

ա) $-\frac{1}{5}$ և $-\frac{4}{5}$, բ) $-\frac{9}{10}$ և $-\frac{3}{10}$, գ) $-\frac{12}{13}$ և $\frac{4}{-13}$,

դ) $-\frac{8}{11}$ և $-\frac{5}{11}$, ե) $-\frac{1}{8}$ և $-\frac{7}{8}$, զ) $-\frac{3}{7}$ և $-\frac{5}{7}$.

516. Համեմատե՛ք թվերը.

ա) $-\frac{1}{2}$ և $-\frac{4}{3}$, բ) $-\frac{1}{5}$ և $-\frac{1}{2}$, գ) $-\frac{1}{6}$ և $-\frac{4}{11}$,

դ) $-\frac{1}{2}$ և $-\frac{3}{4}$, ե) $-\frac{3}{5}$ և $-\frac{7}{10}$, զ) $-\frac{5}{9}$ և $-\frac{2}{3}$,

է) $-\frac{12}{24}$ և $-\frac{1}{2}$, ը) $-\frac{5}{28}$ և $-\frac{1}{7}$, թ) $\frac{25}{32}$ և $-\frac{5}{8}$,

ժ) $-\frac{9}{10}$ և $-\frac{14}{15}$, ի) $-\frac{1}{4}$ և $-\frac{7}{8}$, լ) $-\frac{13}{24}$ և $-\frac{17}{36}$.

517. $-\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$ կոտորակները գրե՛ք աճման կարգով:

518. $-\frac{1}{2}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{1}{3}$ կոտորակները գրե՛ք նվազման կարգով:

519. Ճի՞շտ է, որ եթե $\frac{p}{q} > \frac{m}{n}$ և $\frac{m}{n} > \frac{r}{k}$, ապա $\frac{p}{q} > \frac{r}{k}$:

520. Գոյություն ունե՞ն արդյոք $\frac{a}{b}$ տեսքի կոտորակներ, որոնց համար ճիշտ լինի $-\frac{2}{5} < \frac{a}{b} < -\frac{1}{5}$ անհավասարությունը: Եթե այո, ապա գտե՛ք երեք այդպիսի կոտորակ:

521. Կարելի՞ է նշել 10 կոտորակ, որոնցից յուրաքանչյուրը մեծ լինի տրված երկու կոտորակներից մեկից և փոքր՝ մյուսից.

ա) $-\frac{39}{40}$ և $-\frac{1}{40}$, բ) $-\frac{3}{4}$ և $-\frac{1}{4}$,

522. Գտե՛ք կոտորակ, որը մեծ լինի տրված երկու կոտորակներից մեկից և փոքր՝ մյուսից.

ա) $-\frac{1}{5}$ և $-\frac{1}{3}$, բ) $-\frac{5}{6}$ և $-\frac{2}{3}$, գ) $-\frac{3}{8}$ և $-\frac{3}{4}$,

դ) $-\frac{3}{20}$ և $-\frac{7}{30}$, ե) $-\frac{3}{7}$ և $-\frac{2}{9}$, զ) $-\frac{10}{11}$ և $-\frac{19}{20}$.

523. Համեմատե՛ք թվերը.

ա) $-\frac{1}{2}$ և -1 , բ) $-\frac{8}{8}$ և -1 , գ) $-\frac{9}{8}$ և -1 , դ) $-\frac{498}{497}$ և -1 :

524. Առանց ընդհանուր դրական հայտարարի բերելու՝ ինչպե՞ս համեմատել միևնույն դրական համարիչներով կոտորակները:

3.4. ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ ՈՒ ՀԱՆՈՒՄԸ

Ընդհանուր դրական հայտարար ունեցող կոտորակների գումարը նույն հայտարարով մի կոտորակ է, որի համարիչը տրված կոտորակների համարիչների գումարն է:

$$\text{Օրինակներ՝ 1) } \frac{-2}{11} + \frac{-3}{11} = \frac{-2+(-3)}{11} = \frac{-5}{11} = -\frac{5}{11},$$

$$2) \frac{-2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{-2+3}{7} = \frac{1}{7}:$$

Նշենք, որ հակադիր կոտորակների գումարը 0 է:

$$\text{Օրինակ՝ } \frac{3}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5} + \frac{-3}{5} = \frac{3+(-3)}{5} = \frac{0}{5} = 0:$$

Երկու կոտորակների տարբերություն անվանում են այն կոտորակը, որը հանելիին գումարելով ստանում են նվազելին:

$$\text{Օրինակ՝ } \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5}, \text{ որովհետև } \frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{3}{5},$$

$$-\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = -\frac{4}{5}, \text{ որովհետև } -\frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{-4+1}{5} = \frac{-4+1}{5} = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}:$$

Ընդհանուր դրական հայտարարով երկու կոտորակների տարբերությունը նույն հայտարարով կոտորակ է, որի համարիչը նվազելիի և հանելիի համարիչների տարբերությունն է:

$$\text{Օրինակներ՝ 3) } \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{3-4}{5} = \frac{-1}{5} = -\frac{1}{5},$$

$$4) -\frac{3}{5} - \frac{-4}{5} = \frac{-3-(-4)}{5} = \frac{-3+4}{5} = \frac{1}{5}:$$

Տարբեր հայտարարներով երկու կոտորակները գումարելու կամ հանելու համար կարելի է նախապես նրանք բերել ընդհանուր դրական հայտարարի:

Նշենք, որ հաշվումներն ավելի պարզ կլինեն, եթե որպես ընդհանուր դրական հայտարար վերցվի տրված կոտորակների հայտարարների ամենափոքր ընդհանուր դրական բազմապատիկը:

$$\text{Օրինակներ՝ 5) } \frac{3}{5} - \frac{11}{15} = \frac{9}{15} - \frac{11}{15} = \frac{9-11}{15} = \frac{-2}{15} = -\frac{2}{15},$$

$$6) -\frac{1}{30} - \frac{-2}{45} = \frac{-3}{90} - \frac{-4}{90} = \frac{-3-(-4)}{90} = \frac{-3+4}{90} = \frac{1}{90},$$

$$7) -\frac{3}{5} + \frac{2}{-7} = \frac{-3}{5} + \frac{-2}{7} = \frac{-21}{35} + \frac{-10}{35} = \frac{-31}{35} = -\frac{31}{35}:$$

Բոլոր դեպքերում $\frac{a}{b}$ և $\frac{c}{d}$ տեսքի ցանկացած նշանի կոտորակները կարելի է գումարել ու հանել հետևյալ բանաձևերով.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d},$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$\text{Օրինակ՝ } \frac{3}{5} - \frac{11}{15} = \frac{3 \cdot 15 - 5 \cdot 11}{5 \cdot 15} = \frac{45 - 55}{75} = \frac{-10}{75} = \frac{-2}{15} = -\frac{2}{15}.$$

a և b կոտորակների տարբերությունը հավասար է նվազելիի և հանելիին հակադիր թվի գումարին:

$$a - b = a + (-b):$$

Այս կանոնը թույլ է տալիս պարզեցնել հաշվարկները:

$$\text{Օրինակ՝ } -\frac{9}{16} - \left(-\frac{1}{16}\right) = -\frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2}:$$

Կոտորակների գումարման օրենքներից հետևում է, որ նրանք կարելի է գումարել ամբողջ թվերի գումարման այն օրենքներով, երբ սկզբում որոշում են գումարի նշանը, ապա գործողությունները կատարում են մոդուլների նկատմամբ: Սա նույնպես կարող է պարզեցնել հաշվարկները: Օրինակ՝

$$-\frac{2}{11} + \left(-\frac{3}{11}\right) = -\left(\frac{2}{11} + \frac{3}{11}\right) = -\frac{5}{11},$$

$$-\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = +\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{7}\right) = \frac{3}{7},$$

$$\frac{3}{11} + \left(-\frac{7}{11}\right) = -\left(\frac{7}{11} - \frac{3}{11}\right) = -\frac{4}{11},$$

525. Ձևակերպե՛ք ընդհանուր դրական հայտարարով կոտորակների գումարման և հանման կանոնները:

526. Ինչի՞նչ է հավասար հակադիր կոտորակների գումարը:

527. Ինչպե՞ս կարելի է հաշվել տարբեր հայտարարներով կոտորակների գումարը կամ տարբերությունը:

Կատարե՛ք գործողությունը (**528, 529**).

528. ա) $\frac{8}{9} + \frac{5}{9}$, բ) $\frac{17}{25} - \frac{8}{25}$, գ) $\frac{31}{32} + \frac{63}{64}$,

դ) $\frac{23}{68} - \frac{5}{17}$, ե) $\frac{50}{49} + \frac{15}{56}$, զ) $\frac{71}{78} - \frac{17}{91}$.

529. ա) $(-56)+17$, բ) $42+(-29)$, գ) $(-39)+(-57)$,
 դ) $(-48)+81$, ե) $37+(-82)$, զ) $(-68)+(-51)$:

530. Ի՞նչ բանաձևերով կարելի է գումարել և հանել կոտորակները:
 Հաշվելք (531-542).

531. ա) $\frac{-1}{2}+\frac{-1}{2}$, բ) $\frac{-1}{3}+\frac{-1}{3}$, գ) $\frac{-1}{10}+\frac{-1}{10}$,
 դ) $\frac{-2}{3}+\frac{-1}{3}$, ե) $\frac{-2}{7}+\frac{-5}{7}$, զ) $\frac{-7}{12}+\frac{-1}{12}$:

532. ա) $\frac{-1}{3}+\frac{2}{3}$, բ) $-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$, գ) $\frac{1}{5}+\frac{-3}{5}$,
 դ) $\frac{3}{7}+\frac{-4}{7}$, ե) $\frac{8}{13}+\frac{-12}{13}$, զ) $\frac{19}{25}+\frac{-24}{25}$:

533. ա) $\frac{1}{2}+\frac{-1}{2}$, բ) $\frac{-5}{6}+\frac{5}{6}$, գ) $\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}$:

534. ա) $\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$, բ) $\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$, գ) $\frac{2}{7}-\frac{5}{7}$,
 դ) $\frac{7}{12}-\frac{11}{12}$, ե) $\frac{-8}{11}-\frac{3}{11}$, զ) $\frac{-5}{17}-\frac{10}{17}$:

535. ա) $\frac{-2}{7}-\frac{-5}{7}$, բ) $\frac{-4}{9}-\frac{-8}{9}$, գ) $-\frac{2}{7}-\frac{5}{7}$,
 դ) $-\frac{12}{19}-\frac{7}{19}$, ե) $\frac{-4}{5}-\frac{-3}{5}$, զ) $-\frac{1}{24}-\frac{11}{24}$:

536. ա) $\frac{-1}{2}+\frac{-1}{4}$, բ) $\frac{-1}{3}+\frac{1}{6}$, գ) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$,
 դ) $\frac{1}{8}+\frac{-1}{4}$, ե) $\frac{3}{10}+\frac{-7}{100}$, զ) $-\frac{21}{100}+\frac{1}{10}$:

537. ա) $-\frac{3}{5}-\frac{9}{10}$, բ) $-\frac{15}{24}-\frac{3}{8}$, գ) $\frac{-2}{3}-\frac{5}{6}$,
 դ) $-\frac{7}{6}-\frac{5}{24}$, ե) $\frac{2}{5}-\frac{13}{50}$, զ) $-\frac{50}{160}-\frac{9}{16}$:

538. ա) $-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}$, բ) $\frac{3}{10}-\frac{2}{15}$, գ) $\frac{-2}{10}-\frac{6}{15}$,
 դ) $\frac{3}{8}-\frac{2}{9}$, ե) $-\frac{5}{12}+\frac{4}{15}$, զ) $\frac{2}{16}-\frac{-3}{39}$:

539. ա) $\frac{5}{8}+\left(-\frac{9}{8}\right)$, բ) $-\frac{3}{13}+\left(-\frac{8}{13}\right)$, գ) $-\frac{2}{5}+\frac{4}{5}$,
 դ) $\frac{3}{8}+\left(-\frac{3}{4}\right)$, ե) $-\frac{7}{15}+\left(-\frac{2}{3}\right)$, զ) $-\frac{7}{8}-\frac{15}{16}$,
 ե) $\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)$, ը) $-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$, բ) $-\frac{2}{21}+\frac{3}{14}$:

540. ա) $-\frac{9}{180}-\frac{7}{120}$, բ) $-\frac{4}{210}+\frac{5}{140}$, գ) $\frac{-7}{480}+\frac{8}{180}$:

541. ա) $-\frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}$, բ) $-\frac{1}{6} - \frac{5}{12} - \frac{7}{24}$,

գ) $-\frac{3}{13} - \frac{5}{13} + \frac{3}{26}$, դ) $\frac{9}{28} - \frac{4}{7} - \frac{1}{4}$:

542. ա) $-\frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{7}{20}$, բ) $-\frac{3}{20} - \frac{7}{30} + \frac{2}{40}$,

գ) $-\frac{11}{60} - \frac{23}{30} - \frac{17}{20}$, դ) $-\frac{7}{40} - \frac{-11}{70} - \frac{-13}{30}$:

543. Գտե՛ք այն x թիվը, որի համար ձիշտ է հավասարությունը.

ա) $x + \frac{1}{8} = -\frac{5}{8}$, բ) $\frac{1}{7} + x = -\frac{3}{7}$, գ) $x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$,

դ) $x - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$, ե) $\frac{2}{3} - x = -\frac{1}{7}$, զ) $\frac{1}{6} - x = -\frac{4}{9}$:

544. Գտե՛ք այն թիվը, որը.

ա) $\frac{1}{2}$ -ով մեծ է $-\frac{1}{2}$ -ից, բ) $\frac{1}{4}$ -ով փոքր է $\frac{1}{6}$ -ից:

545. Կոտորակների տարբերությունը գրե՛ք կոտորակների գումարի տեսքով.

ա) $\frac{1}{3} - \frac{4}{3}$, բ) $-\frac{1}{5} - \frac{1}{5}$, գ) $-\frac{4}{7} - \frac{-8}{7}$:

546. Կոտորակների տարբերությունն արտահայտելով գումարով՝ հաշվե՛ք նրա արժեքը.

ա) $\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)$, բ) $\frac{4}{9} - \left(-\frac{7}{9}\right)$, գ) $-\frac{9}{16} - \left(-\frac{4}{5}\right)$,

դ) $-\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{8}\right)$, ե) $-\frac{9}{10} - \left(-\frac{15}{16}\right)$, զ) $\frac{25}{26} - \left(-\frac{11}{13}\right)$:

3.5. ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ՈՒ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

Կամայական նշանի կոտորակները բազմապատկում ու բաժանում են նույն կանոններով, ինչ դրական կոտորակները.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \text{ որտեղ } c \neq 0$$

Օրինակներ՝ 1) $\frac{-3}{2} \cdot \frac{4}{-5} = \frac{(-3) \cdot 4}{2 \cdot (-5)} = \frac{(-1) \cdot 3 \cdot 4}{(-1) \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot \cancel{4}}{2 \cdot 5} = \frac{6}{5}$,

2) $(-5) \cdot \frac{2}{-3} = \frac{-5}{1} \cdot \frac{2}{-3} = \frac{(-5) \cdot 2}{1 \cdot (-3)} = \frac{(-1) \cdot 5 \cdot 2}{(-1) \cdot 3} = \frac{10}{3}$,

3) $\frac{-3}{2} : \frac{4}{5} = \frac{(-3) \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{-15}{8} = -\frac{15}{8}$,

$$4) \frac{7}{-8} : (-3) = \frac{7}{-8} : \frac{-3}{1} = \frac{7 \cdot 1}{(-8) \cdot (-3)} = \frac{7}{24}:$$

Բաժանման կանոնից ստացվում է

$$a : b = \frac{a}{b},$$

հավասարությունը, որտեղ a -ն ու b -ն ամբողջ թվեր են, $b \neq 0$:

$$\text{Իրոք, } a : b = \frac{a}{1} : \frac{b}{1} = \frac{a \cdot 1}{1 \cdot b} = \frac{a}{b}:$$

Այսպիսով՝

$\frac{a}{b}$ կոտորակը կարելի է դիտել որպես նրա համարիչը հայտարարին բաժանելուց ստացած քանորդ:

$$\text{Օրինակ՝ } \frac{2}{3} = 2 : 3, \quad -2 : 3 = \frac{-2}{3}:$$

$\frac{a}{b}$ գրառումը կարդում են «ա բեերորդ» կամ ելնելով վերջին կանոնից՝ «ան բաժանած բեի» ձևով:

Կոտորակն ամբողջ թվով բազմապատկելու համար կարելի է համարիչը բազմապատկել այդ թվով:

$$\text{Իրոք, } \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{1} = \frac{a \cdot c}{b \cdot 1} = \frac{a \cdot c}{b}:$$

$$\text{Օրինակներ՝ } 5) \frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{5},$$

$$6) (-7) \cdot \frac{1}{4} = \frac{-7}{1} \cdot \frac{1}{4} = \frac{(-7) \cdot 1}{4} = \frac{-7}{4}:$$

Այս հաշվարկները սովորաբար ավելի կարճ են գրում.

$$\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}, \quad (-7) \cdot \frac{1}{4} = \frac{(-7) \cdot 1}{4} = \frac{-7}{4}:$$

Կոտորակը գրոյից տարբեր ամբողջ թվի բաժանելու համար կարելի է նրա հայտարարը բազմապատկել այդ թվով:

$$\text{Իրոք, } \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c} = \frac{a}{b \cdot c}:$$

$$\text{Օրինակ՝ } \frac{-7}{4} : 3 = \frac{-7}{4} : \frac{3}{1} = \frac{(-7) \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{-7}{12}, \quad \text{կամ կարճ՝ } \frac{-7}{4} : 3 = \frac{-7}{4 \cdot 3} = \frac{-7}{12}:$$

Եթե a և b թվերը զրո չեն, ապա $\frac{a}{b}$ և $\frac{b}{a}$ թվերն անվանում են փոխադարձ հակադարձ (կամ փոխհակադարձ) թվեր: $\frac{a}{b}$ կոտորակն անվանում են $\frac{b}{a}$ կոտորակին հակադարձ:

Օրինակ՝ $\frac{2}{3}$ ու $\frac{3}{2}$, $\frac{-7}{8}$ ու $\frac{8}{-7}$, $\frac{1}{-5}$ ու $\frac{-5}{1}$ կոտորակները փոխադարձ հակադարձ թվեր են:

Փոխադարձ հակադարձ թվերի արտադրյալը 1 է:

$$\text{Իրոք, } \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = \frac{1}{1} = 1:$$

Մի կոտորակը զրոյից տարբեր մյուս կոտորակին բաժանելու համար կարելի է բաժանելին բազմապատկել բաժանարարին հակադարձ կոտորակով:

$$\text{Օրինակ՝ } \frac{5}{7} : \frac{-2}{3} = \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{-2}:$$

Ցանկացած $a = \frac{p}{q}$ կոտորակի համար ձիշտ է $(-1) \cdot a = -a$ հավասարությունը:

$$\text{Իրոք, } (-1) \cdot a = (-1) \cdot \frac{p}{q} = \frac{(-1) \cdot p}{q} = \frac{-p}{q} = -a:$$

Կամայական նշանի կոտորակների բազմապատկման և բաժանման կանոններից հետևում է, որ նախ կարելի է որոշել արտադրյալի կամ քանորդի նշանը, ապա գործողությունները կատարել մոդուլների նկատմամբ՝ ինչպես դա արվում էր ամբողջ թվերի համար: Օրինակ՝

$$-\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = +\frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{3}{20}, \quad \frac{8}{9} : \left(-\frac{4}{27}\right) = -\frac{8 \cdot 27}{9 \cdot 4} = -\frac{6}{1} = -6:$$

Նշենք, որ բնական ցուցիչով աստիճանի սահմանումից կարելի է օգտվել նաև կամայական նշանի կոտորակների դեպքում:

$$\text{Օրինակներ՝ } 7) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}:$$

$$8) \left(-\frac{5}{4}\right)^1 = -\frac{5}{4}:$$

547. Ի՞նչ կանոններով են բազմապատկում ու բաժանում կամայական նշանի կոտորակները:

548. Ինչպե՞ս են կոտորակը բազմապատկում ամբողջ թվով:

559. ա) $-\frac{1}{3} \cdot 2$, բ) $7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$, գ) $-4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$,
 դ) $\frac{3}{4} \cdot (-8)$, ե) $\frac{25}{28} \cdot (-14)$, զ) $-12 \cdot \left(-\frac{13}{14}\right)$:
560. Քանոթը գրե՛ք դրական հայտարարով կոտորակի տեսքով և կրճատե՛ք այն.
 ա) $-2 : 6$, բ) $-5 : 15$, գ) $-10 : (-20)$, դ) $-4 : (-16)$:
561. Փոխադարձ հակադարձ են թվերը.
 ա) $\frac{-1}{2}$ և $-\frac{4}{2}$, բ) $\frac{2}{-3}$ և $\frac{3}{2}$, գ) $-\frac{1}{4}$ և -4 ,
 դ) $-\frac{5}{6}$ և $\frac{6}{-5}$, ե) -2 և $\frac{-1}{2}$, զ) -1 և 1 :
562. Նշե՛ք բաժանելին և բաժանարարը, գտե՛ք բաժանարարին հակադարձ կոտորակը: Բաժանումը փոխարինե՛ք բաժանարարին հակադարձ կոտորակով բազմապատկումով.
 ա) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$, բ) $-\frac{4}{5} : \frac{3}{8}$, գ) $-4 : \frac{-2}{3}$ դ) $-\frac{3}{7} : (-9)$:
- Հաշվե՛ք (563–568).
563. ա) $\frac{-3}{5} : \frac{5}{-9}$, բ) $\frac{16}{-25} : \frac{8}{-15}$, գ) $\frac{9}{-10} : \frac{1}{2}$, դ) $\frac{2}{3} : \frac{6}{-7}$:
564. ա) $-\frac{3}{7} : \frac{5}{6}$, բ) $\frac{16}{-25} : \left(-\frac{8}{15}\right)$, գ) $-\frac{9}{20} : \left(-\frac{18}{25}\right)$,
 դ) $\frac{28}{63} : \left(-\frac{9}{7}\right)$, ե) $-\frac{15}{16} : \left(-\frac{10}{24}\right)$, զ) $-\frac{15}{17} : \frac{25}{34}$:
565. ա) $\frac{32}{75} : \left(-\frac{48}{25}\right)$, բ) $-\frac{38}{75} : \left(-\frac{19}{100}\right)$, գ) $-\frac{32}{77} : \left(-\frac{64}{55}\right)$,
 դ) $-\frac{125}{196} : \frac{50}{52}$, ե) $\frac{228}{245} : \left(-\frac{57}{125}\right)$, զ) $-\frac{132}{1000} : \left(-\frac{143}{1000}\right)$:
566. ա) $-\frac{1}{2} : 2$, բ) $-\frac{1}{3} : 2$, գ) $-\frac{2}{5} : (-3)$, դ) $\frac{3}{7} : (-9)$, ե) $-4 : \frac{1}{2}$,
 զ) $-(-3) : \left(-\frac{1}{2}\right)$, ե) $5 : \left(-\frac{3}{10}\right)$, ը) $-8 : \frac{4}{5}$, թ) $-\frac{8}{9} : (-4)$:
567. ա) $48 : \left(-\frac{1}{2}\right)$, բ) $-55 : \left(-\frac{2}{5}\right)$, գ) $-72 : \frac{36}{37}$:
 դ) $\left(-\frac{16}{35}\right) : 64$, ե) $-\frac{12}{13} : 24$, զ) $-\frac{15}{32} : (-20)$:
568. ա) $-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$, բ) $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$, գ) $-\frac{3}{7} : \left(-\frac{4}{5}\right)$,
 դ) $-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$, ե) $-\frac{15}{16} \cdot \left(-\frac{48}{25}\right)$, զ) $-\frac{5}{3} : \frac{25}{27}$,

$$\text{է) } -\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right), \quad \text{ը) } -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right), \quad \text{թ) } \frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right):$$

569. Գտե՛ք x թիվը, եթե այն բավարարում է հավասարմանը.

$$\begin{array}{ll} \text{ա) } x \cdot \frac{3}{5} = -\frac{4}{15}, & \text{բ) } -\frac{2}{3} \cdot x = \frac{4}{7}, \\ \text{գ) } x : \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}, & \text{դ) } \frac{2}{7} : x = -\frac{22}{21}. \end{array}$$

570. Հաշվե՛ք.

$$\begin{array}{lllll} \text{ա) } \left(\frac{-2}{3}\right)^3, & \text{բ) } \left(\frac{3}{-4}\right)^2, & \text{գ) } \left(\frac{1}{-10}\right)^3, & \text{դ) } \left(\frac{-5}{6}\right)^2, & \text{ե) } \left(-\frac{6}{7}\right)^2, \\ \text{զ) } \left(-\frac{3}{4}\right)^3, & \text{է) } \left(-\frac{3}{10}\right)^4, & \text{ը) } \left(-\frac{1}{2}\right)^5, & \text{թ) } \left(-\frac{1}{3}\right)^3: & \end{array}$$

571. Դրակա՞ն, թե՞ բացասական թիվ է բացասական կոտորակի աստիճանը, եթե.

ա) ցուցիչը գույգ է, բ) ցուցիչը կենտ է:

Գտե՛ք գործողությունների կատարման հերթականությունը և հաշվե՛ք արտահայտության արժեքը (572–574).

$$\begin{array}{ll} \text{572. ա) } \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}, & \text{բ) } \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right), \\ \text{գ) } \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{9}, & \text{դ) } -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right): \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{573. ա) } \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right), & \text{բ) } -\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{7} - \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right), \\ \text{գ) } -\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} - \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{25}, & \text{դ) } \frac{3}{10} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right): \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{574. ա) } -\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{18}{25}\right) - \frac{14}{27} \cdot \left(-\frac{18}{35}\right), & \text{բ) } -\frac{27}{20} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) - \frac{5}{24} \cdot \left(-\frac{22}{5}\right), \\ \text{գ) } \frac{21}{20} \cdot \left(-\frac{8}{21}\right) + \frac{7}{72} \cdot \left(-\frac{36}{5}\right), & \text{դ) } -\frac{36}{60} \cdot \left(-\frac{5}{18}\right) - \left(-\frac{21}{36}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right): \end{array}$$

3.6. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ

Ցանկացած a , b , c ռացիոնալ թվերի համար ճշմարիտ են թվաբանական գործողությունների հետևյալ օրենքները.

- 1) գումարման տեղափոխական օրենքը՝ $a + b = b + a$,
- 2) գումարման զուգորդական օրենքը՝ $(a + b) + c = a + (b + c)$,
- 3) բազմապատկման տեղափոխական օրենքը՝ $a \cdot b = b \cdot a$,
- 4) բազմապատկման զուգորդական օրենքը՝ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$,

5) բաշխական օրենքը՝ $c \cdot (a+b) = a \cdot c + b \cdot c$:

Այս օրենքներից յուրաքանչյուրը կարելի է ապացուցել հենվելով ամբողջ թվերի համապատասխան օրենքների վրա:

Թվաբանական գործողությունների բերված օրենքներից հետևում է, որ հաշվարկների բոլոր կանոնները, որոնք ձևակերպված էին ամբողջ թվերի համար, ճշմարիտ են նաև ռացիոնալ թվերի համար (փակագծերի մեջ ներառման, փակագծերի բացման, արտադրյալի և քանորդի նշանների որոշման և այլ կանոններ):

Գումարման և բազմապատկման օրենքների կիրառումը երբեմն հեշտացնում է հաշվարկները:

Օրինակ՝

$$1) \frac{8}{15} - \left(\frac{7}{13} + \frac{8}{15} \right) = \frac{8}{15} - \frac{7}{13} - \frac{8}{15} = -\frac{7}{13} + \left(\frac{8}{15} - \frac{8}{15} \right) = -\frac{7}{13},$$

$$2) \frac{3}{11} \cdot \left(-\frac{4}{9} \right) + \frac{3}{11} \cdot \left(-\frac{5}{9} \right) = \frac{3}{11} \cdot \left(-\frac{4}{9} - \frac{5}{9} \right) = \frac{3}{11} \cdot (-1) = -\frac{3}{11}:$$

575. a, b, c ռացիոնալ թվերի համար գրե՛ք և ձևակերպե՛ք.

ա) գումարման տեղափոխական օրենքը,

բ) գումարման զուգորդական օրենքը,

գ) բազմապատկման տեղափոխական օրենքը,

դ) բազմապատկման զուգորդական օրենքը,

ե) բաշխական օրենքը:

Հաշվե՛ք՝ կիրառելով գումարման և բազմապատկման օրենքները (576–578).

576. ա) $80 \cdot 359 \cdot (-125),$

բ) $457 + 985 - 57,$

գ) $45 \cdot (-39) + 55 \cdot (-39),$

դ) $76 \cdot 45 - 26 \cdot 45,$

ե) $157 \cdot (-13) - 17 \cdot (-13),$

զ) $(-124) \cdot 35 + 24 \cdot 35:$

577. ա) $\frac{4}{15} + \frac{5}{36} + \frac{11}{15} + \frac{31}{36},$

բ) $\frac{7}{25} + \frac{32}{33} - \frac{7}{25},$

գ) $\frac{39}{40} \cdot \frac{124}{125} : \frac{124}{125},$

դ) $\frac{4}{35} \cdot \frac{17}{18} + \frac{17}{18} \cdot \frac{31}{35},$

ե) $\frac{45}{46} \cdot \frac{49}{51} - \frac{45}{46} \cdot \frac{3}{51},$

զ) $\frac{72}{73} \cdot \frac{34}{65} + \frac{72}{73} \cdot \frac{39}{65},$

578. ա) $\frac{23 \cdot 35 + 38 \cdot 35}{17 \cdot 61 + 18 \cdot 61},$

բ) $\frac{49 \cdot 99 + 28 \cdot 99}{12 \cdot 154 + 21 \cdot 154},$

գ) $\frac{75 \cdot 27 + 75 \cdot 37}{37 \cdot 48 - 12 \cdot 48},$

դ) $\frac{679 \cdot 846 + 679 \cdot 54}{679 \cdot 846 - 679 \cdot 46}:$

Հաշվե՛ք (579–583).

579. ա) $-\frac{7}{25} - \frac{11}{25} - \frac{2}{25}$,

բ) $-\frac{1}{72} - \frac{17}{72} - \frac{18}{72}$

գ) $-\frac{19}{55} - \frac{18}{55} + \frac{4}{55}$

դ) $\frac{25}{64} - \frac{17}{64} - \frac{15}{64}$

580. ա) $-\frac{1}{5} + \frac{6}{25} - \frac{8}{25}$,

բ) $-\frac{1}{7} + \frac{2}{21} - \frac{3}{7}$

գ) $-\frac{8}{49} - \frac{5}{7} - \frac{9}{49}$

դ) $\frac{7}{10} - \frac{4}{15} - \frac{11}{30}$

581. ա) $-\frac{33}{80} + \left(\frac{3}{16} - \frac{39}{40}\right)$,

բ) $\frac{2}{45} + \left(-\frac{3}{45} + \frac{7}{9}\right)$,

գ) $\frac{7}{15} - \left(\frac{4}{15} - \frac{1}{5}\right)$,

դ) $-\frac{5}{16} - \left(\frac{1}{16} - \frac{7}{8}\right)$,

ե) $-\frac{1}{27} + \left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3}\right)$

զ) $\left(-\frac{2}{15} - \frac{4}{5}\right) + \frac{3}{10}$

է) $\left(-\frac{2}{15} + \frac{4}{5}\right) - \frac{3}{10}$,

ը) $-\left(\frac{5}{8} - \frac{5}{12}\right) + \frac{1}{24}$

582. ա) $\frac{3}{8} - \frac{2}{7} + \frac{5}{8} - \frac{5}{7}$,

բ) $\frac{11}{14} - \frac{7}{10} - \frac{21}{100} - \frac{13}{14}$

գ) $-\frac{12}{19} - \frac{15}{26} + \frac{3}{19} + \frac{9}{19}$

դ) $\frac{2}{17} - \frac{5}{9} - \frac{4}{9} - \frac{4}{7}$

583. ա) $-2 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{19}{2}\right)$,

բ) $\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{3}\right) \cdot (-3)$,

գ) $-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right)$,

դ) $\left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

584. Որոշե՛ք արտադրյալի նշանը.

ա) $(-1) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{7}{13}\right)$,

բ) $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot \left(\frac{-7}{-9}\right)$,

գ) $\left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{5}{-9}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$,

դ) $\left(-\frac{-1}{-5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{-8}{7}\right)$

585. Հաշվե՛ք.

ա) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4}$

բ) $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$

586. Քանի՞ բացասական արտադրիչ կարող է պարունակել արտադրյալը, որպեսզի այն լինի.

ա) դրական,

բ) բացասական:

587. ա) Հինգ արտադրիչի արտադրյալը դրական է: Կարելի՞ է պնդել, որ բոլոր արտադրիչները դրական են:
բ) Չորս արտադրիչի արտադրյալը դրական է: Կարելի՞ է պնդել, որ բոլոր արտադրիչները դրական են:

Հաշվե՛ք (588–590).

588. ա) $-\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + \frac{15}{16} \cdot \frac{2}{5} - 1 : \frac{1}{9}$,

բ) $2 : \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{3}{5} : 2 - \frac{3}{2} : 6 + 6 : \frac{3}{2}$,

գ) $\frac{11}{4} : \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{25}{8}\right)$,

դ) $\left(\frac{2}{15} + \frac{19}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - \left(1 : \frac{9}{4}\right) \cdot \left(-\frac{9}{16}\right)$:

589. ա) $\frac{8}{9} \cdot \frac{7}{24} - \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{24}$,

բ) $\frac{3}{25} \cdot \left(-\frac{5}{49}\right) + \frac{22}{25} \cdot \left(-\frac{5}{49}\right)$:

590. ա) $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$,

բ) $-\frac{10}{11} \cdot \left(-\frac{11}{12}\right) \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot \left(-\frac{13}{14}\right) \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)$:

3.7. ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ՆՇԱՆԻ ԽԱՌԸ ԹՎԵՐ

Հիշենք, որ դրական անկանոն կոտորակները գրվում են նաև խառը թվերի տեսքով:

Օրինակ՝ $\frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$, $\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$:

Եթե դրական խառը թվի առջև դնենք «+» նշան, ապա կստացվի նույն թիվը, որովհետև դրանից այդ խառը թվին հավասար անկանոն կոտորակը չէր փոխվի:

Օրինակ՝ $+2\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$:

Դրական խառը թվի առջև «-» նշան դնելով համարվում է, որ ստացվում է նրան հակադիր **բացասական խառը թիվ**, որը տրված խառը թվին հավասար անկանոն կոտորակի հակադիրն է:

Օրինակ՝ $\left(-2\frac{1}{2}\right)$ և $2\frac{1}{2}$ խառը թվերը հակադիր թվեր են:

Դրական խառը թիվը բնական թվի և կանոնավոր կոտորակի գումար է, այդ պատճառով նրա առջև «-» նշան դնելով, այդ նշանը դնում ենք երկու թվի գումարի առջև:

Գրելաձևի պարզության համար $-(2\frac{1}{2})$ տեսքի արտահայտություններում փակագծերը չեն դրվում, այսինքն՝ $-(2\frac{1}{2})$ -ի փոխարեն գրում են $-2\frac{1}{2}$:

Դիտարկենք կամայական նշանի խառը թվերով գործողությունների օրինակներ.

$$1) -2\frac{1}{4} + (-1\frac{1}{4}) = -(2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}) = -(3 + \frac{2}{4}) = -3\frac{1}{2},$$

$$2) 5\frac{1}{3} - 7\frac{2}{3} = -(7\frac{2}{3} - 5\frac{1}{3}) = -(2\frac{1}{3}) = -2\frac{1}{3},$$

$$3) 1\frac{1}{2} - 5\frac{1}{3} = -(5\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}) = -(5\frac{2}{6} - 1\frac{3}{6}) = -(4\frac{2}{6} - \frac{3}{6}) = \\ = -(3 + \frac{8}{6} - \frac{3}{6}) = -(3 + \frac{5}{6}) = -3\frac{5}{6},$$

$$4) 1\frac{1}{5} \cdot (-3\frac{3}{4}) = -(6\frac{15}{20}) = -\frac{6 \cdot 15}{5 \cdot 4} = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2},$$

$$5) -3\frac{1}{2} : 5\frac{1}{4} = -(7\frac{21}{28}) = -\frac{7 \cdot 21}{2 \cdot 28} = -\frac{21}{8},$$

$$6) (-1\frac{1}{2})^3 = (-\frac{3}{2})^3 = (-\frac{3}{2}) \cdot (-\frac{3}{2}) \cdot (-\frac{3}{2}) = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8}.$$

591. Բացասական անկանոն կոտորակը գրե՛ք բացասական խառը թվի տեսքով.

ա) $-\frac{4}{3}$, բ) $-\frac{13}{5}$, գ) $-\frac{41}{15}$, դ) $-\frac{45}{16}$:

592. Քանորդը գրե՛ք սովորական կոտորակի կամ խառը թվի տեսքով.

ա) $-17 : (-18)$, բ) $13 : (-25)$, գ) $-19 : (-5)$, դ) $29 : (-15)$:

593. Համեմատե՛ք թվերը.

ա) $-\frac{1}{2}$ և $-1\frac{1}{2}$, բ) $-\frac{3}{2}$ և $-1\frac{1}{4}$,

գ) $-1\frac{1}{2}$ և $-1\frac{1}{6}$, դ) $-\frac{12}{11}$ և $-1\frac{1}{13}$:

Հաշվե՛ք (**594–598**).

594. ա) $-3\frac{2}{5} + (-1\frac{1}{5})$, բ) $-7\frac{1}{3} + (-1\frac{2}{3})$,

գ) $-12\frac{5}{7} + (-4\frac{4}{7})$, դ) $-3\frac{8}{19} + (-1\frac{11}{19})$,

ե) $-4\frac{2}{3} + (-1\frac{1}{3})$, զ) $(-8\frac{2}{3}) + (-9\frac{2}{3})$:

595. ա) $18\frac{5}{9} + (-22\frac{2}{9})$, բ) $25\frac{3}{4} + (-51\frac{1}{4})$, գ) $-6\frac{2}{9} + 1\frac{2}{3}$,
 դ) $7\frac{1}{12} + (-8\frac{3}{4})$, ե) $18\frac{5}{6} + (-7\frac{1}{2})$, զ) $2\frac{1}{5} + (-\frac{4}{15})$:
596. ա) $-3 - 2\frac{1}{5}$, բ) $-8 + \frac{2}{13}$, գ) $-7\frac{1}{3} - 4$, դ) $\frac{4}{17} - 15$:
597. ա) $-1\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3}$, բ) $7\frac{2}{5} - (-1\frac{1}{5})$, գ) $-6\frac{3}{7} + 1\frac{2}{7}$,
 դ) $7\frac{2}{9} - 9\frac{8}{9}$, ե) $4\frac{1}{2} - 8\frac{1}{3}$, զ) $6\frac{9}{10} - 12\frac{1}{100}$:
 ե) $-4\frac{2}{5} - 1\frac{1}{2}$, ը) $-5\frac{1}{3} - 8\frac{2}{9}$, թ) $-2\frac{1}{5} - 14\frac{1}{10}$:
598. ա) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{7} - 2\frac{1}{3}$, բ) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} - 1$:
599. Հաշվե՛ք բերված նմուշային օրինակի ձևով.

$$\text{ա) } -4\frac{1}{2} + 5\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = -4\frac{1}{2} + \left(5\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right) = -4\frac{1}{2} + 6 = 6 - 4\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}:$$

բ) $-1\frac{1}{3} + 8\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, գ) $3\frac{2}{5} - 7\frac{1}{2} + 2\frac{3}{5}$,
 դ) $\frac{-5}{9} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}$, ե) $\frac{7}{15} - 2\frac{1}{5}$:

600. Պարզեցրե՛ք արտահայտությունը՝ փակագծերը բացելով բերված նմուշային օրինակների ձևով.

$$\text{ա) } 7\frac{1}{2} + \left(3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{2}\right) = 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{2} = 5 + 3\frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}:$$

$$\text{բ) } 8\frac{3}{5} - \left(7\frac{1}{3} - 11\frac{2}{5}\right) = 8\frac{3}{5} - 7\frac{1}{3} + 11\frac{2}{5} = 20 - 7\frac{1}{3} = 12\frac{2}{3}:$$

գ) $\frac{5}{12} + \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{12}\right)$, դ) $2 - \left(\frac{2}{5} - 7\frac{1}{2}\right)$,
 ե) $4\frac{2}{7} - \left(7\frac{1}{2} + 4\frac{2}{7}\right)$, զ) $9\frac{7}{9} - \left(2\frac{1}{2} - \frac{2}{9}\right)$:

Հաշվե՛ք (601-604).

601. ա) $2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{-75}$, բ) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{-9}{16}$, գ) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{-2}{-100}$,
 դ) $\frac{-5}{9} \cdot 4\frac{1}{2}$, ե) $-\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$, զ) $3\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{24}{39}\right)$,

$$\text{է) } \frac{-3}{4} \cdot 2\frac{1}{5}$$

$$\text{ը) } 2\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right),$$

$$\text{թ) } 3\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{3}{11}\right):$$

602. ա) $-\frac{1}{3} \cdot (-1),$

բ) $-1 \cdot \frac{3}{5},$

գ) $-1 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right),$

դ) $-3\frac{1}{5} \cdot (-1),$

ե) $-2 \cdot \frac{3}{4},$

զ) $-1\frac{1}{2} \cdot (-4),$

է) $-5 \cdot \frac{-3}{10},$

ը) $-9 \cdot \left(-1\frac{1}{6}\right),$

թ) $-8 \cdot \left(-1\frac{1}{4}\right):$

603. ա) $\left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{9}{10},$

բ) $\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot 3\frac{1}{2},$

գ) $\left(-5\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{32}{22}\right),$

դ) $4\frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{24}{25}\right):$

604. ա) $(-5) \cdot \frac{2}{3},$

բ) $7 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right),$

գ) $(-3) \cdot \left(-1\frac{1}{4}\right),$

դ) $\left(-2\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right),$

ե) $\left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{2}{5},$

զ) $4\frac{1}{2} \cdot \left(-5\frac{1}{3}\right):$

605. Հաշվե՛ք՝ նախապես նշելով գործողությունների կատարման հերթականությունը.

ա) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot 2\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right),$

բ) $\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \left(5\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{7}{9},$

գ) $\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{9}{2} \cdot \left(-1\frac{1}{5}\right)\right) \cdot (-2),$

դ) $\left(3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5}\right):$

606. Հաշվե՛ք.

ա) $2\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{9}{7},$

բ) $\left(-\frac{8}{9}\right) \cdot 2\frac{4}{17} \cdot \left(-\frac{9}{8}\right),$

գ) $2\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right),$

դ) $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(2\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)\right),$

ե) $5\frac{7}{9} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right),$

զ) $4\frac{1}{5} \cdot \left(3\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)\right):$

607. Ապացուցե՛ք.

ա) $\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{8}{9} \cdot 1\frac{3}{4} > \frac{2}{-3} \cdot 2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6},$

բ) $\left(\frac{7}{12} - \frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) < \left(-\frac{25}{36}\right) : \frac{5}{-12} \cdot \frac{-1}{11}:$

608. Առանց հաշվումներ անելու՝ արդյունքը համեմատե՛ք զրոյի հետ և ապա հաշվե՛ք.

ա) $5\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right),$

բ) $\left(\frac{-2}{7}\right) \cdot 2\frac{1}{3},$

գ) $\left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{-8}{5}\right),$

դ) $\frac{-8}{-9} \cdot \frac{-1}{-2} \cdot \frac{-7}{-8}$

$$\text{է) } \left(-\frac{1}{2}\right) : (-7) : (-3), \quad \text{զ) } \left(-\frac{4}{5}\right)^2 :$$

609. Առանց հաշվումներ անելու որոշե՛ք՝ ո՞ր արտահայտության արժեքն է մեծ.

$$\text{ա) } 4\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{19}\right), \quad \text{թե՛ր } 5\frac{7}{9} : \left(-\frac{4}{17}\right) : \frac{8}{13},$$

$$\text{գ) } \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right), \quad \text{թե՛ր } \left(-\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3},$$

$$\text{ե) } \left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{5}\right), \quad \text{թե՛ր } \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) \cdot \left(-\frac{1}{100}\right):$$

610. Հաշվե՛ք աստիճանը՝ նախապես նշելով նրա հիմքը և ցուցիչը.

$$\text{ա) } \left(-\frac{1}{2}\right)^2, \quad \text{բ) } \left(-\frac{1}{2}\right)^3, \quad \text{գ) } \left(-\frac{1}{3}\right)^2, \quad \text{դ) } \left(-\frac{1}{3}\right)^3 :$$

611. Համեմատե՛ք զրոյի հետ, իսկ ապա՝ հաշվե՛ք.

$$\text{ա) } \left(-\frac{3}{4}\right)^3, \quad \text{բ) } \left(-\frac{1}{2}\right)^5, \quad \text{գ) } \left(-\frac{2}{3}\right)^4, \quad \text{դ) } \left(-\frac{4}{5}\right)^3 :$$

Հաշվե՛ք (612–615).

$$\text{612. ա) } 3\frac{2}{3} : \frac{-11}{12}, \quad \text{բ) } \frac{8}{15} : \frac{16}{-25}, \quad \text{գ) } \frac{-7}{9} : 2\frac{1}{3},$$

$$\text{դ) } \frac{-9}{-16} : 1\frac{13}{32}, \quad \text{է) } -1\frac{1}{3} : \frac{2}{3}, \quad \text{զ) } \frac{7}{8} : \left(-1\frac{5}{8}\right),$$

$$\text{է) } \frac{-2}{-3} : \left(-1\frac{1}{5}\right), \quad \text{ը) } -\frac{4}{3} : \left(-1\frac{5}{6}\right), \quad \text{թ) } 4 : \left(-1\frac{1}{3}\right),$$

$$\text{ժ) } \left(-2\frac{2}{5}\right) : 10, \quad \text{ի) } -6 : 3\frac{3}{5}, \quad \text{լ) } -2\frac{5}{7} : (-38):$$

$$\text{613. ա) } 1\frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{6}\right), \quad \text{բ) } -2\frac{1}{3} : \left(-1\frac{5}{6}\right),$$

$$\text{գ) } -1\frac{1}{3} : 2\frac{7}{8}, \quad \text{դ) } -2\frac{1}{8} : \left(-3\frac{1}{16}\right):$$

$$\text{614. ա) } 7\frac{2}{9} \cdot 8\frac{2}{3} - 7\frac{2}{9} \cdot 6\frac{2}{3}, \quad \text{բ) } 12\frac{35}{44} \cdot 4\frac{1}{10} - 8\frac{35}{44} \cdot 4\frac{1}{10},$$

$$\text{գ) } 7\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5} + 7\frac{1}{3} \cdot 1\frac{4}{5}, \quad \text{դ) } \left(-3\frac{1}{9}\right) \cdot 7\frac{4}{7} + \left(-3\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-2\frac{3}{7}\right),$$

$$\text{է) } 2\frac{6}{7} \cdot 4\frac{2}{5} - 2\frac{6}{7} \cdot 4, \quad \text{զ) } \left(-2\frac{3}{7}\right) \cdot (-5) + 2\frac{3}{7} \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right):$$

$$\text{615. ա) } 7\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) - 14\frac{29}{30},$$

$$\text{բ) } \left(-2\frac{13}{25}\right) : \left(-2\frac{7}{10}\right) - 17\frac{25}{47} : \left(-17\frac{25}{47}\right) - 4\frac{3}{5}:$$

Պատասխաններ

10. ա) $\frac{5}{4}$, բ) $\frac{5}{4}$, գ) $\frac{7}{12}$ 11. ա) 8, բ) $\frac{100}{3}$, գ) $\frac{5}{7}$, դ) $\frac{9}{40}$, ե) $\frac{1}{6}$, զ) $\frac{11}{20}$
12. բ) 90կմ/ժ, գ) 120 մ/ր, դ) 105կգ/մ³, ե) 750կգ/մ³, զ) 36 մ/ր, է) 90 գ/սմ³
16. ա) $4\frac{1}{2}$ կմ/ժ, բ) $\frac{3}{40}$ կմ/ր, գ) 4500 կմ/ժ, դ) 75 մ/ր, ե) $1\frac{1}{4}$ մ/վ
20. ա) Այո, բ) Ոչ 23. ա) 20 սմ, բ) 100սմ, գ) 4սմ 25. 8մ, 6մ 20սմ
27. 1:500, 180 մ 36. ա) 50000 և 40000 դրամ, բ) 36000 և 54000 դրամ
39. 50 և 40 էջ 42. 45 և 15 կմ 43. 150000 դրամ 44. ա) 42, 30, 12,
բ) $15\frac{5}{8}$, $23\frac{7}{16}$, $39\frac{1}{16}$, $46\frac{7}{8}$, գ) 16, 24,30, 55, դ) 3000, 2000, 2500 53. ա) $\frac{6}{7}$,
բ) $1\frac{1}{5}$, գ) $8\frac{2}{5}$, դ) $4\frac{1}{2}$ 55. ա) 24, բ) 21, գ) 15, դ) 35 57. ա) $\frac{3}{10}$, բ) $1\frac{1}{2}$,
գ) 70, դ) $\frac{1}{4}$ 66. ա) 12 կմ, բ) 180 կմ 67. ա) 9 ժամում, բ) $\frac{3}{5}$ ժամում 73.
8 կգ 74. 18 կգ 75. ա) 12 գ, բ) 4 գ, 76. 4ժ 77. ա) 4 օրում, բ) 40 օրում
78. $110\frac{1}{4}$ 79. 16 հնձվոր 81. 540 կմ 82. ա) 6 ժամում, բ) 8 օրում 83.
10 տ 84. ա) 80 կմ/ժ, բ) $1\frac{1}{5}$ ր 85. 75 86. ա) 18, բ) $1\frac{1}{2}$ ժ 87. ա) 30 կմ,
բ) $\frac{2}{3}$ ժ 88. 12 օրում 89. ա) 4, բ) 3 90. 120 100. 10000 102. ա) 200,
բ) 2, գ) 4, դ) 6 103. ա) $7\frac{1}{5}$ տ, բ) $5\frac{2}{5}$ տ, գ) 90 տ 104. $9\frac{1}{10}$ տ 105. 248գ
անագ, 152 գ կապար 106. Այո, ամբողջ գումարը ծախսել է: 20 000 դրամը
ավելորդ տվյալ է 111. ա) 300, բ) 400, գ) 200, դ) 500, 113 ա) 800
լամպ, բ) 300 սերմ 115. 80%, 125% 117. ա) 48% բ) 52% 118. ա) 40%,
բ) 60% 119. 20% 120. բ) 192 տղա 121. 20 կգ, 70 կգ, 5 կգ, 80% 122.
30 կգ, 75 կգ, 24 կգ 124. 40 մանրակ 125. 20 կմ 128. 1000 դր. 129. 96,
60 133. ա) $3\frac{3}{5}$ կգ, բ) 10 կգ 134. 6400 դր. 135. 345000 դ. 136. 15%-ով
137. 48%-ով 138. 280 139. 200000 140. 1152 141. 40% 142. 50%
143. 1 200 000 153. ա) 13, 19, 31, 39, 91, 93, բ) 11, 13, 19, 31, 33, 39, 91, 93,
99 154. ա) 10, 15, 50, 51 բ) 10, 11, 15, 50, 51, 55 155. ա) 9 թիվ, բ) 6
թիվ 156. ա) 12 թիվ, բ) 9 թիվ 157. 24 եղանակով 158. 20 երկնիշ,
60 եռանիշ, 120 քառանիշ 159. 25 երկնիշ, 125 եռանիշ, 625 քառանիշ 160.
ա) 23 համարը, բ) 119 համարը, գ) 120, 118 161 ա) 24 եղանակով, բ) 24
եղանակով, գ) 12 եղանակով 162. 8 եղանակով 163. 8 եղանակով 166.
28 պարտիա 167. ա) $\frac{1}{6}$, բ) $\frac{1}{2}$, գ) $\frac{1}{2}$, դ) $\frac{1}{3}$ 169 ա) $\frac{2}{7}$, բ) $\frac{5}{7}$ 171. $\frac{1}{2}$
172. $\frac{1}{6}$ 173. $\frac{1}{24}$ 176 ա) $\frac{1}{28}$, բ) $\frac{1}{14}$, գ) $\frac{1}{7}$, դ) $\frac{1}{14}$ 177 ա) $\frac{1}{36}$, բ) $\frac{1}{12}$,
գ) $\frac{1}{36}$ դ) 0 178. $\frac{2}{3}$ 179. ոչ, թ, թ, թ, թ, թ, թ չորս հնարավոր դեպքերից

մեկը նպաստավոր է առաջին խաղացողի, երկուսը՝ երկրորդ խաղացողի համար **182. ա)** $\frac{1}{20}$ **բ)** $\frac{1}{60}$ **գ)** $\frac{1}{120}$ **184.** 7 շաբաթում **186.** 48 ձու **187.** 1 կգ **188. ա)** 80 պատուհան, **բ)** 6 օրում **193.** 21%-ով **194.** 19%-ով **195.**

իջավ, 1%-ով **196.** իջավ, 1%-ով **224. ա)** 13, **բ)** 17, **գ)** 13, **դ)** 17 **225. ա)** 3, **բ)** 2, **գ)** 14, **դ)** 9 **243. ա)** -528, -400, 0, 236, 400 **244. ա)** 367, 12, 0, -8, -250, -400 **257. ա)** 1, **բ)** 3, **գ)** -3 **260. ա)** -200, **բ)** -200, **գ)** -140, **դ)** 1645, **ե)** -290, **զ)** 1432 **264. ա)** -420, **բ)** 130, **գ)** 7351, **դ)** -2157 **273. ա)** 22, **բ)** -29, **գ)** -58, **դ)** 159, **ե)** -66, **զ)** 39 **275. գ)** 0 **276. բ)** -50 **280. ա)** 19, **բ)** -3 **288. բ)** -2, **գ)** -6, **դ)** -15 **289. բ)** -12, **գ)** -7, **դ)** -22 **290. ա)** -7, **բ)** -4, **գ)** -27, **դ)** -20, **ե)** -300, **զ)** -630 **292. բ)** -182, **գ)** -96, **դ)** 700 **299. ա)** 10, **բ)** -101, **գ)** 6, **դ)** -50 **302. ա)** -30, **բ)** -56 **309. ա)** -6, **բ)** -24, **գ)** -30, **դ)** -28, **ե)** 2, **զ)** 64, **է)** 63 **311. ա)** -585, **բ)** -11 040, **գ)** 4040 **324. ա)** 108, **բ)** 9 **329. ա)** -24, **բ)** -36, **գ)** 27, **դ)** 8, **ե)** -25, **զ)** 36 **330. ա)** 6, **բ)** 10, **գ)** 5 **341. ա)** -5, **բ)** -5, **գ)** -8, **դ)** 90, **ե)** 8, **զ)** -8 **343. ա)** -3, **բ)** 11, **գ)** -31, **դ)** -21, **ե)** 56, **զ)** -252 **344. բ)** -3863 **զ)** 15 246, **դ)** -611, **ե)** -262 **345. ա)** -114 336 **348. ա)** 27 600, **բ)** 9800 **355. ա)** 56, **բ)** 6, **գ)** -1000, **դ)** 2500, **ե)** -83, **զ)** -225 **363. ա)** -100 **բ)** -1000, **գ)** 3000, **դ)** -10 000 **374. ա)** 356, **բ)** -628 **383. ա)** 9, **բ)** 143 **զ)** 7, **դ)** 77 **387. ա)** -200, **բ)** 200, **գ)** 200, **դ)** -500 **407. ա)** 24, 35 **բ)** D (-8; -2), 28, 45 **416.** Ոչ **442.** օրինակ՝ -10, 11, -10, 11, -10 **445.** Ոչ **446. ա)** Այո, **բ)** Ոչ, **գ)** Ոչ **448. ա)** 7, **բ)** 12, **գ)** 11, **դ)** 3 **450.** 3 **452.** Ոչ **457. ա)** Այո, **բ)** Ոչ **459.** Այո **460.** ՄԿ տուփից **462. ա)** 6 օր, **բ)** 75 բլիթ, **գ)**

6 ժամում, **դ)** 60 արշին **478. ա)** 1, **բ)** 1, **գ)** 8, **դ)** $\frac{1}{2}$ **492. ա)** $\frac{1}{2}$, **գ)** $-\frac{7}{8}$
լ) $\frac{1}{4}$ **494. ա)** -1, **բ)** -16, **գ)** -6 **517.** $-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{6}$ **520.** այո, օրինակ, $-\frac{11}{50},$
 $-\frac{6}{25}, -\frac{3}{10}$ **528. ա)** $1\frac{4}{9}$, **բ)** $\frac{9}{25}$, **գ)** $1\frac{61}{64}$, **դ)** $\frac{3}{68}$, **ե)** $1\frac{113}{392}$, **զ)** $\frac{395}{546}$ **534. ա)** $-\frac{1}{3}$
բ) $-\frac{1}{2}$, **գ)** $-\frac{3}{7}$, **դ)** $-\frac{1}{3}$, **ե)** -1, **զ)** $-\frac{15}{17}$ **537. ա)** $-\frac{1}{2}$, **բ)** -1, **գ)** $-\frac{1}{2}$, **դ)** $-\frac{3}{8}$,
ե) $\frac{7}{50}$, **զ)** $-\frac{7}{8}$ **539. ա)** $-\frac{1}{2}$, **բ)** $-\frac{11}{13}$, **ե)** $-\frac{2}{15}$, **է)** $-\frac{1}{6}$, **բ)** $\frac{1}{12}$, **թ)** $\frac{5}{42}$ **541.**
ա) $-\frac{8}{15}$, **բ)** $-\frac{7}{8}$, **գ)** $-\frac{1}{2}$, **դ)** $-\frac{1}{2}$ **554. ա)** $\frac{32}{63}$, **բ)** $1\frac{5}{9}$, **գ)** $1\frac{11}{24}$, **դ)** $-\frac{9}{25}$, **ե)** $\frac{9}{52}$
զ) $-\frac{40}{63}$ **563. ա)** $\frac{27}{25}$, **բ)** $1\frac{5}{9}$, **գ)** $-1\frac{4}{5}$, **դ)** $-\frac{7}{9}$ **565. ա)** $-\frac{2}{9}$, **բ)** $2\frac{2}{3}$, **գ)** $\frac{5}{14}$,
դ) $-\frac{65}{98}$, **ե)** $-2\frac{2}{49}$, **զ)** $\frac{12}{13}$ **567. ա)** -96, **բ)** $137\frac{1}{2}$, **գ)** -74, **դ)** $-\frac{1}{140}$, **ե)** $-\frac{1}{26}$,
զ) $-\frac{3}{128}$ **573. ա)** $\frac{1}{12}$, **բ)** $-1\frac{15}{49}$, **գ)** $\frac{1}{2}$, **դ)** $\frac{1}{2}$ **578. ա)** 1, **բ)** $1\frac{1}{2}$, **գ)** 4
դ) $1\frac{1}{8}$, **582. բ)** $-1\frac{37}{700}$, **զ)** $-\frac{15}{26}$ **588. ա)** $-9\frac{21}{40}$, **բ)** $\frac{43}{60}$, **գ)** $-3\frac{1}{150}$, **դ)** $\frac{3}{4}$
595. ա) $-3\frac{2}{3}$, **բ)** $-25\frac{1}{2}$, **գ)** $-4\frac{5}{9}$, **դ)** $-1\frac{2}{3}$, **ե)** $11\frac{1}{3}$, **զ)** $1\frac{14}{15}$ **606. ա)** $-2\frac{1}{3}$,
բ) $2\frac{4}{17}$, **գ)** $2\frac{1}{4}$, **դ)** $2\frac{2}{3}$, **ե)** $11\frac{5}{9}$, **զ)** $-10\frac{1}{2}$ **614. ա)** $14\frac{4}{9}$, **բ)** $16\frac{2}{5}$, **գ)** $29\frac{1}{3}$,
դ) -16, **ե)** $1\frac{1}{7}$, **զ)** $5\frac{2}{3}$ **615 ա)** $-17\frac{29}{30}$, **բ)** $-2\frac{2}{3}$:

Բովանդակություն

ԳԼՈՒԽ 1 ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ, ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1.1. ԹՎԵՐԻ ԵՎ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ	3
1.2. ՄԱՍՇՏԱԲ	7
1.3. ԹՎԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ ՏՐՎԱԾ ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅԱԲ	10
1.4. ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹՅՈՒՆ	13
1.5. ՈՒՂԻՂ ԵՎ ՀԱԿԱԴԱՐՁ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ	16
1.6. ԳԱՂԱՓԱՐ ՏՈԿՈՍԻ ՄԱՍԻՆ	21
1.7. ԽՆԴԻՐՆԵՐ ՏՈԿՈՍԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ	26
1.8. ՍՅՈՒՆԱԿԱՅԻՆ ԵՎ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ԴԻԼԳՐԱՄՆԵՐ	29
1.9. ՏՐՎԱԾ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԻՆ ԲԱՎԱՐԱՐՈՂ ԻՐԱՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ԵԼՔԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ՀԱԾՎՈՒՄ	33
1.10. ՊԱՏԱՀՈՒՅԹԻ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ	36
1.11. ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿ	40
1.12. ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ ԽՆԴԻՐՆԵՐ	41

ԳԼՈՒԽ 2. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐ

2.1. ԲԱՑԱՍՏԱԿԱՆ ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐ	44
2.2. ԹՎԻ ՀԱԿԱԴԻՐ: ԹՎԻ ԲԱՑԱՐՁԱԿ ԱՐԺԵՔ	46
2.3. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒՄԸ	49
2.4. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ	50
2.5. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ	54
2.6. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄԸ	57
2.7. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ԱՐՏԱԴՐՅԱԼԸ	60
2.8. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՔԱՆՈՐԳԸ	64
2.9. ԲԱՇԽԱԿԱՆ ՕՐԵՆՔԸ	66
2.10. ՓԱԿԱԳԾԵՐԻ ԲԱՑՈՒՄԸ ԵՎ ՆԵՐԱՌՈՒՄԸ ՓԱԿԱԳԾԵՐԻ ՄԵՋ	70
2.11. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՄԻ ՔԱՆԻ ԳՈՒՄԱՐԵԼԻՆԵՐ ՈՒՆԵՑՈՂ ԳՈՒՄԱՐՆԵՐԻ ՀԵՏ	72
2.12. ԱՄԲՈՂՋ ԹՎԵՐԻ ՊԱՏԿԵՐՈՒՄԸ ԿՈՈՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ԱՌԱՅՑՔԻ ՎՐԱ	74
2.13. ԿՈՈՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆ: ԳՐԱՑԻԿՆԵՐ	76
2.14. ՀԱՄԱՁԱՓՈՒԹՅՈՒՆ	79
2.15. ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿ	86
2.16. ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ ԽՆԴԻՐՆԵՐ	88

ԳԼՈՒԽ 3. ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԹՎԵՐ

3.1. ԲԱՑԱՍՏԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ	91
3.2. ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԹՎԵՐ	94
3.3. ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԹՎԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒՄԸ	98
3.4. ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ ՈՒ ՀԱՆՈՒՄԸ	101
3.5. ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱՋՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ՈՒ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ	104
3.6. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՎ ԲԱՋՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ	109
3.7. ԿԱՄԱՑԱԿԱՆ ՆՇԱՆԻ ԽԱՌԸ ԹՎԵՐ	112

ՊԱՏԱՍԻԱՆՆԵՐ

Ա. Մ. ՆԻԿՈԼՍԿԻ, Մ. Կ. ՊՈՏԱՊՈՎ,
Ն. Ն. ՌԵՇԵՏՆԻԿՈՎ, Ա. Վ. ՇԵՎԿԻՆ

Մաթեմատիկա

6

ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԴՊՐՈՑԻ
ԴԱՍԱԳԻՐՔ

Մաս 1

Վերահրատարակություն

Տեխնիկական խմբագիր՝ Արարատ Թովմասյան
Էջադրող՝ Արմինե Պապանյան
Կազմի ձևավորումը՝ «Անտարես» մեդիա հոլդինգի



Անտարես

«Անտարես» հրատարակչատուն
ՀՀ, Երևան-0009, Մաշտոցի պող. 50ա/1
Հեռ.՝ (+374 10) 58 10 59, 58 76 69
antares@antares.am
www.antares.am

Չափսը՝ 70x100 1/16:

Տառատեսակը՝ GHEA Hayk School: Տպագրությունը՝ օֆսեթ:
6.75 տպ. մամուլ: Առաջին խմբաքանակը՝ 9762 օրինակ: Պատվեր՝ N 221:
Տպագրված է «Անտարես Նանո պրինտ» տպարանում,
ք. Երևան, Արտաշիայան 94/4: